

# Календарный план лекций по дисциплине

## ТЕОРИЯ ПЕРКОЛЯЦИИ

для группы РФ-11-09 на весенний семестр.

Всего часов –72, из них лекции – 18 (1 час в неделю). Предусмотрено написание рефератов.

Лекция1. Введение. Общие сведения и идеи. Постановка общей задачи. Основные понятия и принципы теории перколяции. Задачи теории перколяции на решетках. Задачи узлов и задачи связей. Порог протекания.

Возникновение теории перколяции как микромеханического подхода к решению задач транспорта флюидов в пористых средах. Первые экспериментальные и теоретические результаты. «Диффузия» теории перколяции в различные разделы теоретической физики. Общая постановка задачи исследования фазового перехода второго рода в структурированных и неструктурированных гетерогенных средах. Решеточные и нерешеточные задачи теории перколяции. Критические индексы теории перколяции. Взаимосвязь и различие задач узлов и связей на решеточных структурах. Расчетные соотношения для определения порогов протекания в различных задачах и их физический смысл.

Лекция 2. Кластеры: понятие и свойства. Определение численного значения порога протекания. Нерешеточные задачи. Их связь с решеточными задачами. Учет дальнего действия. Анализ специфики задач узлов и связей на решетке Бете. Решение задачи связей на решетке Бете. Решение задачи узлов на решетке Бете.

Процесс формирования кластеров из однотипных элементов гетерогенной системы. Конечные и бесконечные кластеры. Анализ распределения кластеров по размерам. Плотность конечного и бесконечного кластера. Основная теорема теории протекания (теорема Бродбента и Хаммерсли). Расчетные формулы для определения численных значений порогов протекания для задач узлов и связей. Соотношения между ними. Понятие коэффициента заполнения. Связь

между решеточными и нерешеточными задачами. Задачи «твердых», перекрывающихся и охватывающих сфер. Связь решеточных задач «с дальним действием» с нерешеточными задачами. Обобщение «задачи сфер» на случай элементов произвольной формы. Классическая решетка Бете - бесконечномерная решетка . Параметр ветвления. Аналитическое решение задач узлов и связей на решетке Бете. Порог протекания и плотность бесконечного кластера как результат аналитического решения. Понятие о гиперрешетках.

Лекция 3. Особенности структуры бесконечного кластера. Общий вид зависимости плотности бесконечного кластера от вероятности протекания  $P(x)$ . Радиус корреляции бесконечного кластера. Ширина критической области. "Скелет" и "мертвые концы" бесконечного кластера. Извилистость скелета бесконечного кластера. Единственность бесконечного кластера.

Поведение плотности бесконечного кластера вблизи порога протекания. Структура бесконечного кластера. Модель Шкловского - де-Жена (модель «рваной рыбацкой сети»). Определение радиуса корреляции кластера. Характер поведения радиуса корреляции бесконечного кластера в окрестности критической точки ( порога протекания). Интервал неопределенности для значения радиуса корреляции при рассмотрении задач протекания на сетках конечных размеров. Его связь с размером сетки. Анализ основных элементов бесконечного кластера. Их сопоставление «по массе». Учет в модели Шкловского - де-Жена извилистости проводящих путей. Введение критического перколяционного показателя извилистости скелетной сетки. Принципиальное различие между плоскими и пространственными решетками. Сопоставление извилистости скелетной сетки бесконечного кластера с извилистостью пути случайных блужданий на решетке и извилистостью самоизбегающего пути. «Физическое» доказательство теоремы о единственности бесконечного кластера.

Лекция 4. Скейлинг и ренормализационное преобразование. Двухпоказательный скейлинг. Понятие о фракталах и фрактальной размерности бесконечного кластера. Размерность самоподобия. Самоподобные кривые. Однородные фракталы и размерность перколяционного кластера. Модель эффективной среды. Вывод основного расчетного соотношения модели эффективной среды. Решетки с бинарным распределением.

Понятие скейлинга или масштабной инвариантности. Постулат о самоподобии бесконечного кластера. Ренормализационное преобразование (ренормализация) как перенормировка исследуемого структурированного пространства после изменения масштаба задачи. Принцип перехода от «старых» элементов системы к «новым». Аналитическое решение задачи определения критического индекса радиуса корреляции для плоской задачи узлов на треугольной сетке. Точность полученного результата. Двухпоказательный скейлинг - связь между критическими перколяционными индексами. Пример его использования для классической решетки Бете. Понятие о фрактальной геометрии. Определение размерности самоподобия. Регулярные фракталы. Ковер (универсальная кривая) Серпинского. Статистическое самоподобие реальных физических фрактальных объектов. Зависимость длины самоподобной кривой от выбранной единицы измерения. Вычисление фрактальной размерности бесконечного кластера. Ее выражение через критические перколяционные индексы. Формула для расчета фрактальной размерности скелета бесконечного кластера. Метод экспериментального определения радиуса корреляции и фрактальной размерности бесконечного кластера. Функция плотности распределения свойств элементов решеточной задачи теории перколяции. Физическая идея, положенная в основу модели эффективной среды. Принципы и допущения, использованные при получении основного расчетного соотношения модели эффективной среды. Аналитический расчет решетки с бинарным распределением в рамках модели эффективной среды. Погрешность модели для случаев плоских и пространственных задач.

Лекция 5. Обобщение модели Шкловского – де-Жена для случая фильтрационного течения в микронеоднородной среде. Верификация перколяционной модели по результатам численного эксперимента.

Модель структуры порового пространства. Нормированная функция плотности распределения капилляров по радиусам  $f(r)$  (порометрическая кривая). Иерархическая модель «г-цепочек».

Варьирование функции плотности распределения связей по проводимостям. Анализ влияния доли проводящих связей в решетке. Сопоставление аналитических зависимостей с результатами численных экспериментов, а также классической и обобщенной перколяционными зависимостями.

Лекция 6. Учет инерционных потерь при построении перколяционной модели течения в пористой среде. Обобщенная микромеханическая модель расчета проводимости капиллярной решетки.

Учет потерь напора по длине (формула Пуазейля) и потерь на местных сопротивлениях (формула Борда для внезапного расширения и формула Жуковского для внезапного сужения) при моделировании течения флюида в «г-цепочке». Асимптотики закона течения при малых и больших градиентах давления. Адекватность описания проводимости решетки капилляров во всем интервале вероятности протекания  $(P(r_c) \text{ и } P(r_1) \text{ и } 1)$ . «Сшивка» перколяционной модели и модели эффективной среды. Примеры расчетов для бинарной и логарифмически-нормальной функции плотности распределения капилляров по радиусам.

Лекция 7. Микромеханическое моделирование процесса двухфазной равновесной фильтрации несмешивающихся ньютоновских флюидов. Перколяционная модель. Микромеханическое моделирование процесса двухфазной равновесной фильтрации несмешивающихся ньютоновских флюидов. Обобщенная модель.

Оценка доли капилляров, содержащих данную фазу (вытесняемую или вытесняющую), не вошедших в состав соответствующих бесконечных кластеров. Предельные случаи модели расчета насыщенности среды вытесняемой фазой. Характерный вид кривой капиллярного давления (функции Леверетта). Расчет фазовых проницаемостей с модельными функциями распределения (степенной и логнормальной).

Режимы двухфазной фильтрации и их характеристики – капиллярное число и отношение вязкостей. Выбор параметров течения и модели расчета насыщенности. Расчет фазовых проницаемостей с модельными функциями распределения. Общий вид функций фазовых проницаемостей.

Лекция 8. Статистические методы получения функций распределения флюидов по капиллярам решетки. Моделирование трехфазной равновесной фильтрации несмешивающихся ньютоновских флюидов.

Фазовые проницаемости в случае доминирования капиллярных сил. Модель инвазионной перколяции. Режимы "дренажа" и "капиллярной пропитки". Пример эволюции кластера вытесняющего флюида в модели инвазионной перколяции. Фазовые проницаемости при преобладании гидродинамических сил. Модель диффузионно-ограниченной агрегации (DLA). Пример эволюции кластера вытесняющего флюида в модели DLA.

Выбор модели расчета насыщенности. Треугольная диаграмма областей фильтрации различного числа фаз в зависимости от соотношения их насыщенностей (треугольник Гиббса–Розебома). Сравнение

теоретической и экспериментальной диаграмм. Расчет относительных фазовых проницаемостей.

## Темы практических занятий

Тематика практических занятий соответствует темам курса.

## Темы рефератов

1. Перколяционный подход в моделировании течения взвесей и эмульсий в пористых средах.
2. Учет особенностей физико-химического взаимодействия элементов взвеси между собой и с поверхностью порового пространства при моделировании ее фильтрационного течения.
3. Перколяционное моделирование формирования и поведения целиклов остаточной нефти при вытеснении ее водой.
4. Стационарные перколяционные модели двухфазной фильтрации.
5. Нестационарные перколяционные модели двухфазной фильтрации.
6. Методы экспериментально определения параметров перколяционных моделей ( $L$ ,  $z$ ,  $x_c$ ).
7. Учет поверхностных свойств порового пространства в перколяционных моделях двухфазной фильтрации.
8. Задача ориентированного протекания.
9. Проблемы анизотропии в теории перколяции.
10. Проблемы гистерезиса характеристик двухфазного течения системы нефть-вода и возможности перколяционного моделирования этого явления.
11. Учет реологии флюидов при перколяционном моделировании двухфазной фильтрации.

## 6.1. Рекомендуемая литература

### а) основная:

1. В.В. Кадет. Методы теории перколяции в подземной гидромеханике. М.:Изд-во ЦентрЛитНефтеГаз, 2008.-96 с.
2. В. В. Кадет, Я. И. Хургин. Современные вероятностные подходы при решении задач микро- и макроуровня в нефтегазовой: учеб. пособие для подготовки бакалавров и магистров. - М.-Ижевск: РХД, 2006. - 240 с.

### б) дополнительная:

1. Кадет В.В. Введение в теорию перколяции. – Учебное пособие – М.: РГУ нефти и газа им.И.М.Губкина, 1998, 57 с.
2. Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. Теория протекания и проводимость сильно неоднородных систем. – Успехи физических наук, 1975. – Т.117. – Вып.3. – С.5 – 24.
3. Меньшиков М.В., Молчанов С.А., Сидоренко А.Ф. Теория перколяции и некоторые приложения. – Итоги науки и техники ВИНТИ. – Сер. Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. 1986. – Т.24. – С.53-110.
4. Соколов И.М. Размерности и другие геометрические критические показатели в теории протекания. – Успехи физических наук, 1986. – Т.150. - Вып.2. – С.221 – 255.
5. Ентов В.М. Микромеханика течений в пористых средах. – Изв. АН РФ. Механика жидкости и газа, 1992. – 6 – 90-97.
6. Kirkpatrick, S.: 1973, “Percolation and conductivity”, Rev. Mod. Phys., V.45, pp. 574-588. (Переведена на русский язык: – Киркпатрик С. Перколяция и проводимость. – Теория и свойства неоднородных материалов. – М.: Мир, 1977. – Вып. 7. С.240-292.)
7. Feder, J.: 1988, “Fractals”, Plenum Press, New York. (Переведена на русский язык: – Дж.Федер. Фракталы. – М.: Мир 1991.)
8. Gennes, P.G.de: 1979, “Scaling Concept in Polymer Physics”, Cornell university Press, Ithaca&London. (Переведена на русский язык: – П. де-Жен. Идеи скейлинга в физике полимеров. – М.: Мир, 1982.)

9. Зельдович Я.Б., Соколов Д.Д. Фракталы, подобие, промежуточная асимптотика. – Успехи физических наук, 1985. Т.146. – Вып.3. – С.493 – 506.

10. Кадет В.В. Перколяционный анализ гидродинамических и электротнетических процессов в пористых средах. – М., ИНФРА-М, 2013. – 256 с.