

ПРОГРАММА-МИНИМУМ
вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 05.13.18
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

1. Формула Тейлора для функций одной и нескольких переменных. Исследование на экстремум функций одной и нескольких переменных. Теорема о неявной функции и связанные с ней вопросы. Формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Ряды Фурье.

2. Линейные операторы и квадратичные формы. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора и алгоритмы их вычисления.

3. Зависимость решения дифференциального уравнения от начальных условий и параметров (метод малого параметра). Решение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Устойчивость по Ляпунову особой точки системы дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению.

4. Основные понятия общей алгебры, группы, подгруппы, гомоморфизмы, кольца и поля и их свойства, теоремы о гомоморфизме.

5. Постановка и решение задачи о колебаниях конечной струны (варианты краевых условий). Постановка и решение задачи о колебаниях круглой мембраны (цилиндрические функции). Постановка и решение задачи о распространении тепла в неограниченном и полуограниченном стержне.

6. Постановка и решение задачи о распространении тепла в конечном стержне (варианты краевых условий). Постановка и решение задач Дирихле и Неймана для гармонической функции в круге (внутренняя и внешняя задачи). Тепловые потенциалы и сведение I и II краевых задач для уравнения теплопроводности к интегральным уравнениям.

7. Случайные процессы. Конечномерные распределения и их свойства. Теорема Колмогорова. Вычисление конечномерных распределений гауссовских, марковских процессов и процессов с независимыми приращениями.

8. Процессы восстановления. Функции восстановления. Теоремы восстановления и их применение. Альтернирующий процесс восстановления, регенерирующие процессы. Марковские цепи. Классификация состояний. Предельные и эргодические теоремы для возвратных цепей. Скачкообразные марковские и полумарковские процессы. Предельные и эргодические теоремы. Процессы гибели и размножения и их применение. Слабостационарные случайные процессы и их спектральное представление. Линейные преобразования и их спектральные представления.

9. Проблема реализации для конечных автоматов и ее связь с теорией формальных языков (теорема Клини). Основные понятия теории управления конечномерными линейными объектами. Проблема реализации в классе конечномерных линейных систем и методы ее решения. Задача о размещении полюсов при помощи обратной связи.

10. Интерполяция функций, полином Лагранжа. Сплайн-аппроксимация функций. Алгоритмы построения интерполяционных и сглаживающих сплайнов. Теоремы о равномерной сходимости процедуры сплайн-интерполяции.

11. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Применение треугольного разложения для решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Применение ортогонально-треугольного разложения для решения СЛАУ, матрица отражений, единственность ортогонально-треугольного разложения. Линейное преобразование пространств, отражение Хаусхолдера, вращение Гивенса (Якоби) и их применение в вычислительной линейной алгебре. Псевдообращение, нормальное псевдообращение, псевдообратные матрицы, вычисление псевдообратной матрицы на основе полного ортогонального разложения. Симметризуемость итерационного метода, понятие экстраполяционного и оптимального экстраполяционного метода. Методы SOR и SSOR.

12. Приближенные методы решения нелинейных уравнений. Принцип сжимающих отображений и условия сходимости метода итераций (для случая одного уравнения и системы нелинейных уравнений).

13. Метод Рунге-Кутты решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Классы одношаговых и многошаговых методов (Рунге-Кутта и Адамса) решения задачи Коши для ОДУ. Исследование устойчивости методов по начальным данным. Жесткие системы ОДУ.

14. Линейные граничные задачи для ОДУ: метод сопряженного оператора и метод факторизации. Нелинейные граничные задачи для ОДУ: метод Ньютона-Канторовича, метод стрельбы, метод псевдопереходных процессов.

15. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Разностные схемы с весами для уравнений параболического и гиперболического типа. Классы устойчивых двухслойных и трехслойных схем, примеры. Теоремы о необходимых и достаточных условиях устойчивости по начальным данным и правой части.

16. Метод взвешенных остатков, понятие слабого решения. Дискретизация слабых интегральных форм: коллокация по точкам, коллокация по подобластям, метод Галеркина, метод наименьших квадратов на примере уравнения Пуассона. Основные построения метода конечных элементов для решения задач математической физики.

17. Временные ряды как модели для прогнозирования технических и экономических процессов. Критерий случайности Кендалла. Сезонные эффекты. Авторегрессионные процессы 1-го и 2-го порядка. Общая модель авторегрессии. Модель Бокса-Дженкинса. Прогнозирование процесса газопотребления.

18. Марковские модели надежности, круг их применения. Проверка адекватности моделей для решения практических задач. Применение моделей в нефтегазовой отрасли. Модели надежности немарковского типа. Методы сведения к марковским моделям. Применение в задачах нефтегазовой отрасли. Модели надежности для трубопроводных систем с накопителями. Технологическая специфика систем с накопителями. Зависимость моделей от особенностей системы.

19. Марковские процессы с непрерывным временем и дискретно-непрерывной областью фазовых переменных, их использование для решения задач нефтегазовой отрасли. Булевы и марковские модели надежности. Технологические предпосылки для выбора соответствующей модели. Особенности математического аппарата булевых и марковских моделей. Методология применения теории надежности к реальным объектам (на примере магистрального газопровода). Полумарковские модели в теории надежности. Регенерирующие и полурегенерирующие процессы как модели для исследования надежности системы.

20. Этапы исследования операций и их особенности. Специфика классификации задач оптимизации. Прямые и двойственные задачи математического программирования. Выпуклое программирование и условия оптимальности. Задачи линейного программирования и особенности алгоритмов их решения. Основные подходы к решению задач линейного программирования большой размерности.

21. Сравнительная характеристика алгоритмов безусловной оптимизации. Особенности задач условной оптимизации и алгоритмов их решения. Задачи дискретного программирования и методы их решения. Игровые задачи и их особенности.

Список литературы

1. Мешков А., Тихомиров Ю. Visual C++ и MFC. “ВНВ-Санкт-Петербург”, 1997, т. 1, 2, 3.
2. Питер Нортон. Windows 95/ NT. Программирование с помощью MFC. “СК Пресс”, 1998, т. 1, 2.

3. Фролов А. В. , Фролов Г. В. Глобальные сети компьютеров, т. 23, М. , “Диалог-МИФИ”, 1997.
4. Фролов А. В. , Фролов Г. В. Разработка приложений для Internet”, т. 31, М. , “Диалог-МИФИ”, 1997.
5. Фролов А. В. , Фролов Г. В. Программирование для Windows NT, т. 26, 27, М. , “Диалог-МИФИ”, 1996.
6. Фролов А. В. , Фролов Г. В. Microsoft Visual J++, т. 27, 32, М. , “Диалог-МИФИ”, 1997.
7. О. Оре. Теория графов. М. Наука 1989 г.
8. А.М. Яглом и И.М. Яглом. Вероятность и информация. М. Наука 1973 г.
9. Д. Уотермен. Руководство по экспертным системам. М. Мир 1898 г.
10. М.М. Бонгард. Проблемы распознавания. 1967 г.
11. Е.В. Гливенко. Информатика. Курс лекций. РГУ нефти и газа им. Губкина М. 1996 г.
12. Буркин Ю.В. Введение в конечную математику. - М. МИНГ, ч.1 - 1976, ч.2 - 1977.
13. Логический подход к искусственному интеллекту. - М. Мир, 1990.
14. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. - М. Мир, 1979.
15. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. - М. Наука, 1986.
16. Катленд Н. Вычислимость - введение в теорию рекурсивных функций. - М. Мир, 1983.
17. Трахтенгерц Э.А. Компьютерная поддержка принятия решений. – М.: СИНТЕГ, 1998.
18. Трахтенгерц Э.А. Субъективность компьютерной поддержки управленческих решений. – М.: СИНТЕГ, 1998.
19. Гливенко Е.В., Мухтарулин В.С., Петрова Г.Н. Математическое моделирование и архитектура компьютера. – М.: Нефть и газ, 2000.