

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ НЕФТИ И ГАЗА
им. И.М. Губкина**

УТВЕРЖДАЮ

проректор по научной работе
РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина
д.т.н., профессор Левитский Д.Н.

Утверждено Ученым
Советом ф-та А и ВТ
РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина
_____ апреля 2001 г.
протокол № _____

**ПРОГРАММА-МИНИМУМ
кандидатского экзамена по специальности 05.13.18
«Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»**

**Программа - минимум
Содержит 6 страниц**

**Программа разработана на кафедре
Прикладной математики и компьютерного моделирования
авторским коллективом в составе:
ст. преп. Арсеньев-Образцов С.С.,
доц. Балужева Г.В.,
доц. Жукова Т.М.,
доц. Осетинский Н.И.,
проф. Рыков В.В.,
проф. Сухарев М.Г.**

Москва 2001

1. Математическое моделирование

1.0. Общие принципы моделирования

Типы математических моделей. Модели физических и химических процессов. Моделирование технологических, организационных и технико-экономических процессов. Подходы к моделированию. Адекватность модели.

Точность модели и метода решения. Физически обусловленные и регрессионные модели. Законы сохранения как аппарат для построения моделей. Ограниченность методов формального анализа для описания реальных ситуаций. Основные принципы проведения экспертиз и обработки экспертных суждений. Построение схем логического анализа для проведения экспертизы (метод анализа иерархий).

1.1. Использование методов анализа при моделировании

Функции и их графики, непрерывность и дифференцируемость функций, и использование этих свойств при моделировании реальных явлений. Формула Тейлора для функций одной и многих переменных. Исследование на экстремум функций одной и многих переменных. Теорема о неявной функции и связанные с ней вопросы. Теория поля. Формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Применение в механике сплошных сред и подземной гидродинамике. Ряды Фурье. Аналитическая функция комплексной переменной, условия Коши-Римана. Формула Коши для аналитической функции комплексного переменного. Ряды Лорана. Теорема о вычетах аналитической функции. Области применения теории аналитических функций (теория фильтрации, модели разработки нефтяных и газовых месторождений и др.).

1.2. Алгебраические модели

Линейные операторы и квадратичные формы. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора, алгоритм их вычисления. Основные понятия общей алгебры (группы, подгруппы, гомоморфизмы, кольца и поля и их свойства), теоремы о гомоморфизме и их применения. Примеры использования алгебраических методов при моделировании физических, технологических, организационных и технико-экономических процессов.

1.3. Модели и методы дискретной математики

Исчисление высказываний и предикатов, синтаксис и семантика. Понятие доказательства в аксиоматических и естественно-дедуктивных системах. Доказательство методом резолюций и унификации. Основные элементы языка программируемой логики PROLOG. Определение понятия вычислимости на машинах с неограниченным числом регистров (МНР). Определение вычислимости на основе рекурсивных функций. Альтернативные формы введения понятия вычислимости: машина Тьюринга, система Поста, нормальные алгоритмы Маркова, тезис Черча. Неразрешимые проблемы теории вычислимости. Теорема о неразрешимости исчисления предикатов первого порядка. Частично разрешимые предикаты. Классификация формальных языков, определение синтаксиса формального языка с помощью синтаксических диаграмм, продукций, формы Бэкуса Наура (БНФ). Определение ориентированного и неориентированного графа, матричные представления графов.

1.4. Дифференциальные и интегральные уравнения

Решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (в том числе методами операционного исчисления). Зависимость решения дифференциального уравнения от начальных условий и параметров (метод малого параметра). Устойчивость по Ляпунову. Особые точки системы дифференциальных уравнений. Использование обыкновенных дифференциальных уравнений при решении прикладных задач.

Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Гиперболические, эллиптические и параболические уравнения и методы их решения. Задачи

о колебаниях конечной струны и круглой мембраны (варианты краевых условий). Задача о распространении тепла в (неограниченном, полуограниченном и конечном) стержне (варианты краевых условий). Задачи Дирихле и Неймана (I и II краевые задачи) и их сведение к интегральным уравнениям. Использование уравнений в частных производных при решении прикладных задач.

Решение линейных интегральных уравнений с вырожденным и симметрическим ядром, теоремы Фредгольма. Уравнение Эйлера и исследование функционала на экстремумы. Задача Штурма-Лиувилля на отрезке.

1.5. Стохастические модели.

Закон больших чисел и центральная предельная теорема и их использование при моделировании случайных явлений. Основы обработки статистических данных. Теория точечного и интервального оценивания параметров. Теория проверки статистических гипотез, критическая область, размер и мощность критерия. Классический и байесовский подход, средний риск. Теорема Неймана-Пирсона. Непараметрические критерии и критерии согласия. Регрессионный анализ, уравнение регрессии. Метод наименьших квадратов, свойства МНК-оценок, использование ортогональных полиномов. Оценки коэффициентов регрессии и линии регрессии. Регрессия как модель для прогнозирования, полиномиальная регрессия, методы отсева факторов в множественной регрессии. Проверка значимости коэффициентов регрессии и адекватности модели.

Случайные процессы в технике и экономике. Конечномерные распределения и их свойства. Процессы восстановления. Функция восстановления. Асимптотика функции восстановления и ее применение. Альтернирующий процесс восстановления, регенерирующие и полурегенерирующие процессы и их применение для исследования надежности.

Марковские цепи. Скачкообразные марковские и полумарковские процессы. Предельные и эргодические теоремы. Процессы гибели и размножения и их применение. Булевы и марковские модели надежности, круг их применения. Модели надежности немарковского типа и методы их сведения к марковским моделям. Применение в задачах нефтегазовой отрасли. Марковские процессы с непрерывным временем и дискретно-непрерывной областью фазовых переменных, их использование для решения задач нефтегазовой отрасли.

Временные ряды как модели для прогнозирования технических и экономических процессов. Критерии случайности. Авторегрессионные процессы. Спектральный анализ. Модель Бокса-Дженкинса. Слабо стационарные случайные процессы и их спектральное представление. Линейные преобразования и их спектральные представления.

1.6. Модели исследования операций и оптимизации

Этапы исследования операций и их особенности. Основные классы моделей исследования операций. Классификация задач оптимизации. Прямые и двойственные задачи математического программирования. Выпуклое программирование и условия оптимальности. Задачи линейного программирования и особенности алгоритмов их решения. Основные подходы к решению задач линейного программирования большой размерности. Сравнительная характеристика алгоритмов безусловной оптимизации. Особенности задач условной оптимизации и алгоритмов их решения. Динамическое программирование. Принцип оптимальности. Функциональные уравнения Беллмана в одномерном и n -мерном фазовых пространствах. Задачи дискретной оптимизации и методы их решения. Игровые задачи и их особенности. Оптимизация процессов, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений. Принцип максимума Потрягина.

2. Численные методы

2.1. Интерполяция и приближение функций.

Общая постановка задачи интерполяции. Обобщенные многочлены. Классическая полиномиальная интерполяция. Наилучшее равномерное и среднеквадратическое приближение функций обобщенными и ортогональными многочленами. Сплайн-аппроксимация функций. Интерполяционные сплайны. Теоремы о равномерной сходимости процедур сплайн-интерполяции функций. Оценки приближений. Сглаживающие сплайны. Построение аналитических зависимостей по эмпирическим данным. Выбор класса аппроксимирующих функций. Нелинейные приближения. Способы линеаризации. Связь с регрессионным анализом.

2.2. Численное интегрирование и дифференцирование

Класс формул Ньютона-Котеса. Простейшие квадратурные формулы, оценки погрешностей. Некорректность операции численного дифференцирования.

2.3. Численные методы линейной алгебры

Векторные и матричные нормы. Мера обусловленности. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы Гаусса, Якоби, Гаусса-Зейделя и др.). Исследование сходимости итерационных методов. Градиентные методы. Методы вычисления собственных чисел.

2.4. Решение нелинейных уравнений

Методы простой итерации, секущих и Ньютона, сходимость методов. Принцип сжимающих отображений и его применение в численных методах, условие сходимости итерационных процедур.

2.5. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

Задача Коши. Одношаговые методы. Класс методов Рунге-Кутты. Явные и неявные схемы Адамса (многошаговые методы). Жесткие системы ОДУ. Неявные схемы Рунге-Кутты для их решения. Специальное определение устойчивости для жестких систем ОДУ. Граничные задачи. Методы решения линейных граничных задач систем ОДУ. Методы суперпозиции и сопряженного оператора. Решение нелинейных граничных задач методом «стрельбы».

2.6. Разностные методы решения задач математической физики

Построение разностных схем интегро-интерполяционным методом. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, сходимость, устойчивость. Исследование устойчивости и сходимости схемы с весами для уравнения теплопроводности. Решение разностного уравнения Пуассона с использованием быстрого преобразования Фурье. Канонический вид и условие устойчивости двухслойных разностных схем. Канонический вид и условие устойчивости трехслойных разностных схем.

2.7. Численные методы последовательного анализа

Численные процедуры решения задач динамического программирования. Метод последовательного анализа вариантов (в общем случае монотонной рекурсии). Метод локальных вариаций.

3. Комплексы программ

3.1. Базовые понятия

Архитектура и типы компьютеров. Операционные системы. Языки программирования и их сравнительная характеристика. Процессы и задачи. Вытесняющая многозадачность. Защита памяти. Адресация оперативной памяти. Виртуальная память.

3.2. Объектно-ориентированное программирование (ООП)

Назначение и сущность ООП. Основы ООП: инкапсуляция, наследование, полиморфизм. Классы. Объекты классов. Скрытие данных в классах. Перегрузка операторов. Виртуальные функции. Программы, управляемые событиями. Структура приложения для системы WINDOWS. Основы технологии MFC для VISUAL C++. Структура MFC-приложения. Организация независимого вывода на экран.

3.3. Современные общинженерные программные системы

Основные возможности современных систем компьютерной алгебры на примере одной из следующих: Maple, Mathematica или Macsyma. Система инженерных и научных вычислений Matlab (основные элементы языка интерпретатора системы, основные возможности системы, основные пакеты прикладных программ системы).

Литература

Основная

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа т.1, т.2. – М.: Высшая школа, 1988 г. 1т. – 712 с., 2т. – 575 с.
2. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. – М.: Наука, 1971 г. – 271 с.
3. Ван дер Варден. Алгебра. – М.: Наука, 1978 г.
4. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1982 г. – 331с.
5. Тихонов А.Н., Самарский. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977 г. – 735с.
6. Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. – М.: Изд-во «Советское радио», 1973 г. – 439 с.
7. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965 г. – 524 с.
8. Саати Т. Методы анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993 г.
9. Сухарев М.Г., Ставровский Е.Р. Оптимизация систем транспорта газа. – М.: Недра, 1975г., – 277 с.
10. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: Изд-во РУДН, 1995г. – 529 с.
11. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Изд-во Гардарики, 1998 г. – 328 с.
12. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987г. – 598 с.
13. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989 г.
14. Самарский А.А. Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. – М.: Наука, 1973 г.
15. Самарский А.А. Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989 г.
16. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975 г.
17. Фролов А.В., Фролов Г.В. Microsoft Visual C++ MFC. тт. 24, 28. – М.: Диалог-МИФИ.
18. Фролов А.В., Фролов Г.В. Основы системы Windows. т. 11. – М.: Диалог-МИФИ.
19. Потемкин В.Г. Система инженерных и научных расчетов МАТИАВ. 5.х т. 1,2. – М.: Диалог-МИФИ, 1999 г.
20. Дэвенпорт Дж., Сире И., Турнье Э. Компьютерная алгебра. – М.: Мир, 1991 г.
21. Дьяконов В.П. Математическая система VAPLE V R3/R4/R5. – М.: Солон, 1998 г.
22. Воробьев Е.М. Введение в систему математика. – М.: Финансы и статистика, 1998 г.
23. Метакидес Г., Нероуд А. Принципы логики и логического программирования. – М.: Факториал, 1998 г.
24. Катленд Н. Вычислимость, введение в теорию рекурсивных функций. – М.: Мир, 1983. г.
25. Лекции по теории графов. – М.: Наука, 1990 г.

Дополнительная

1. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Наука, 1985г.
2. Самарский А.А. Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. – М.: Наука, 1980г.
3. Логический подход к искусственному интеллекту. От классической логики к логическому программированию. – М.: Мир, 1990 г.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциальных и интегральных исчислений т.1, т.2. – М.: Наука, 1969 г. Т. 1 – 607 с., т.2 – 800 с.
5. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1984 г. – 277 с.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории ОДУ. – М.: Изд-во МГУ, 1984 г. – 295 с.
7. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М. – Л.: Гостехиздат, 1950. – 303 с.