

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
Глава 1. Механика	6
§ 1. Кинематика	6
§ 2. Основы динамики	18
§ 3. Законы сохранения в механике	28
§ 4. Механика жидкостей и газов	40
Глава 2. Молекулярная физика. Тепловые явления.	52
§ 1. Молекулярная физика	52
§ 2. Термодинамика	63
Глава 3. Электродинамика	87
§ 1. Электростатика	88
§ 2. Законы постоянного тока	110
§ 3. Магнетизм	127
Глава 4. Колебания и волны.	139
§ 1. Механические колебания и волны	139
§ 2. Электромагнитные колебания и волны	148
Глава 5. Оптика. Теория относительности	157
§ 1. Основы волновой оптики	157
§ 2. Геометрическая оптика	167
§ 3. Теория относительности	185
Глава 6. Квантовая физика.	191
§ 1. Световые кванты. Корпускулярно-волновой дуализм	191
§ 2. Атом и атомное ядро	196
Приложение	208
Предметный указатель	212

Предисловие

Данное пособие предназначено для подготовки к Единому государственному экзамену по физике. Его можно использовать как для самостоятельного повторения теоретического материала непосредственно перед экзаменом, так и для планомерной работы под руководством преподавателей, например, на подготовительных курсах.

Опыт нескольких лет подготовки к ЕГЭ убедительно показывает, что для успешной и уверенной сдачи экзамена недостаточно (как ошибочно считают многие абитуриенты) просто решать как можно больше тренировочных вариантов. Единственный надежный путь — изучать физику, разбираясь в теории, отвечая на простые и «коварные» вопросы, решая различные по трудности задачи. И уже потом, поближе к экзамену, надо, конечно, и потренироваться на вариантах.

В пособии содержится краткое, но достаточно полное и подробное изложение всех основных вопросов школьной программы, которое сопровождается многочисленными примерами, вопросами и замечаниями, поясняющими теоретический материал.

Разбиение пособия на главы и параграфы соответствует разделам программы вступительных экзаменов. Нумерация рисунков в книге сплошная, а формулы и примеры нумеруются отдельно внутри каждой главы. Книга снабжена приложениями и подробным предметным указателем, что позволяет использовать ее в качестве справочника. Более сложный для восприятия материал напечатан петитом, и при первом чтении его можно пропустить. Отметим, однако, что изучение этого материала окажется весьма полезным абитуриентам вузов, где наряду с ЕГЭ сохранен профильный вступительный экзамен по физике, а также учителям и преподавателям, настроенным на углубленное преподавание физики.

Данное пособие построено так, чтобы подготовка к вступительным экзаменам стала для школьника одновременно и подготовкой к успешному изучению физики в институте, т.е. стремится сократить разрыв, прежде всего психологический, между «школьной» и «институтской» физикой. Опыт общения с читателями предыдущего, более

краткого, варианта данного пособия (Эксмо 1999, 2000; АСТ-астрель 2002; Олма пресс 2006, 2007) показывает, что они продолжают активно использовать его и на первом–втором курсах для быстрого повторения забытой школьной физики. Надеемся, что и данное пособие окажется вам полезным и как абитуриенту, и как будущему студенту.

Желаем успехов!

Автор выражает благодарность А. А. Леоновичу и М. Б. Козинцовой за терпеливую и внимательную работу с рукописью книги, что заметно улучшило ее качество. Автор также благодарен А. И. Курминскому и А. М. Шипилину за важные и полезные замечания.

Глава 1

МЕХАНИКА

§ 1. Кинематика

Механическим движением называется изменение положения тела по отношению к другим телам. Из определения видно, что механическое движение не абсолютно, а относительно.

► **Системы отсчета.** Система отсчета — это тело или совокупность тел, по отношению к которым рассматривается движение других тел. Система отсчета состоит из *тела (или тел) отсчета*, жестко связанной с ним (с ними) системы координат и системы измерения времени — часов. Одно и то же тело в различных системах отсчета движется по-разному. Например, в системе отсчета, связанной с самим телом, оно покоится, в других системах отсчета — движется.

► **Материальная точка.** Материальная точка — это тело, размерами которого в процессе движения можно пренебречь. Возможность рассматривать тело как материальную точку зависит не от самого тела, а от характера его движения. Например, при движении Земли вокруг Солнца Землю можно считать материальной точкой, если же нас интересует суточное вращение Земли, — то нельзя.

► **Траектория. Путь. Перемещение.** Положение материальной точки в момент времени t можно задать тремя координатами x , y , z или *радиус-вектором* $\vec{r}$, соединяющим с ней начало координат (рис. 1). В процессе движения материальная точка описывает пространственную кривую — *траекторию*. Движение точки полностью определяется заданием *закона движения* — трех функций $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ или, что то же самое, одной векторной функции $\vec{r}(t)$.

Путь — это длина l участка траектории, пройденного точкой за определенный интервал времени. Путь — величина скалярная, т. е. не зависящая от выбора системы координат. Отметим также, что путь не может быть отрицательным и не может убывать со временем.

Перемещением материальной точки на интервале времени от момента t_1 до момента t_2 называется вектор $\Delta\vec{r}$, соединяющий начальное положение точки с конечным. Для удобства введем обозначение $\vec{s} = \Delta\vec{r}$. Очевидно, что $\vec{s}(t_1, t_2) = \Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)$, т. е. перемещение равно разности радиусов-векторов точки в конечный и начальный моменты времени. Если начальный момент не указан, то перемещение отсчитывается от момента $t = 0$: $\vec{s}(t) = \vec{r}(t) - \vec{r}_0$, где $\vec{r}_0$ — радиус-вектор в момент времени $t = 0$.

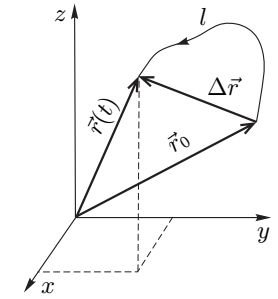


Рис. 1

► **Скорость.** Средней скоростью материальной точки на интервале времени от t_1 до t_2 называется отношение ее перемещения к интервалу времени: $\vec{v}_{\text{ср}} = \Delta\vec{r}/\Delta t$, где $\Delta t = t_2 - t_1$.

Мгновенная скорость (или просто *скорость*) точки в момент времени t — это предел, к которому стремится средняя скорость при неограниченном уменьшении интервала времени:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}.$$

Видно, что скорость $\vec{v}(t)$ представляет собой производную радиуса-вектора или перемещения, рассматриваемых как функции времени t : $\vec{v}(t) = \vec{r}'(t) = \vec{s}'(t)$. Если тело движется по криволинейной траектории, то его скорость направлена по касательной к траектории. В СИ координаты и перемещение тела выражаются в *метрах*, а время — в *секундах*¹⁾. Поэтому скорость выражается в метрах в секунду (м/с).

Замечание. Иногда вводят *среднюю путевую скорость*, определяемую как отношение пути к интервалу времени.

¹⁾ СИ (система интернациональная) — сокращенное название Международной системы единиц, принятой в 1960 г. Генеральной конференцией по мерам и весам. Метр — расстояние, которое проходит свет в вакууме за $1/299792458$ долю секунды. Секунда равна 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

Средняя путевая скорость — величина скалярная. Во многих задачах рассматривается движение по прямой в одном направлении, в этом случае средняя путевая скорость дает такой же ответ, как просто средняя скорость (которую иногда называют средней скоростью перемещения).

Пример 1. Вычислим среднюю скорость для движения по двум последовательным участкам, которые точка проходит с постоянными скоростями v_1 и v_2 . Рассмотрим два случая. В первом случае пусть точка половину всего времени движется с одной скоростью, а половину — с другой. Тогда

$$v_{\text{ср1}} = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{v_1(t/2) + v_2(t/2)}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Во втором случае пусть точка изменяет свою скорость с v_1 до v_2 ровно в середине пути. Тогда

$$v_{\text{ср2}} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{s/(2v_1) + s/(2v_2)} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Легко убедиться, что $v_{\text{ср1}} \geq v_{\text{ср2}}$. Второй из случаев призван продемонстрировать, сколь опасным является часто встречающееся заблуждение, что для вычисления средней скорости можно всегда применять формулу среднего арифметического.

► **Ускорение.** Ускорением материальной точки в момент времени t называется величина

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \vec{v}'(t),$$

т.е. производная мгновенной скорости $\vec{v}(t)$, рассматриваемой как функция времени t . Ускорение характеризует быстроту изменения скорости тела. Из определения видно, что ускорение выражается в м/с^2 .

При *прямолинейном движении* материальной точки систему координат можно выбрать таким образом, чтобы движение происходило вдоль оси x . Движение при этом определяется координатой точки x и проекциями скорости $v_x = x'(t)$ и ускорения $a_x = v_x'(t)$ на эту ось. Перемещение точки за время t имеет вид: $s_x = x - x_0$, где x_0 — координата в момент времени $t = 0$ (начальная координата).

Замечание. Изучение прямолинейного движения полезно не только потому, что это важный частный случай. *Криволинейное движение* точки по плоскости или в пространстве можно свести к двум или трем *прямолинейным* движениям — движениям проекций точки на координатные оси.

► **Равномерное движение.** При *равномерном* прямолинейном движении скорость точки постоянна: $v_x = \text{const}$. Координата точки x является первообразной v_x , т.е. линейной функцией времени t :

$$x = x_0 + v_x t, \quad \text{или} \quad s_x = v_x t.$$

При равномерном движении точка проходит равные отрезки пути за одинаковые промежутки времени.

График зависимости координаты точки от времени при равномерном прямолинейном движении изображается прямой. Наклон этой прямой зависит от значения и знака скорости.

► **Равноускоренное движение.** *Равноускоренное* (равнопеременное) прямолинейное движение — это движение, при котором ускорение точки постоянно: $a_x = \text{const}$. Скорость v_x является первообразной a_x и поэтому имеет вид

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \quad (1)$$

где v_{0x} — начальная скорость (в момент времени $t = 0$). Координата точки x является первообразной скорости и поэтому вычисляется по формуле

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$$

или, учитывая, что $s_x = x - x_0$, получаем формулу для перемещения за время t :

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (2)$$

На рис. 2 показаны графики зависимостей скорости и координаты точки от времени t при равноускоренном прямолинейном движении. Видно, что график $x(t)$ представляет собой параболу, характер выпуклости и положение вершины которой зависят от a_x и v_{0x} .

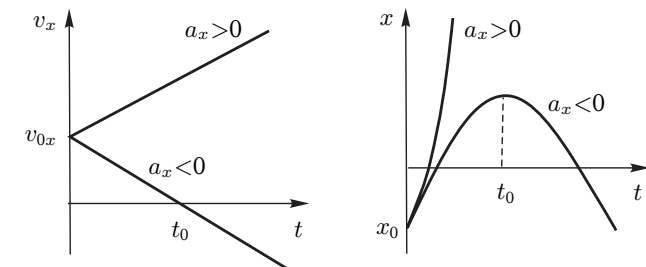


Рис. 2

Формулы (1) и (2), описывающие зависимость скорости и перемещения от времени, позволяют в принципе решить любую задачу на равноускоренное движение. Однако часто решение существенно упрощается, если использовать одну из двух дополнительных формул, которые легко выводятся из двух основных. Так, вынося в уравнении (2) время t за скобки $s_x = (v_{0x} + a_x t/2)t$ и упрощая выражение в скобках (подставляя $a_x t = v_x - v_{0x}$ из уравнения (1)), получим

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t, \quad (3)$$

т.е. средняя скорость равноускоренного движения равна полусумме начальной и конечной скоростей. Эта формула имеет простой графический смысл: перемещение есть интеграл (первообразная) скорости, т.е. равняется площади под графиком $v_x(t)$ (площади трапеции).

Выражая время из формулы (1): $t = (v_x - v_{0x})/a_x$ и подставляя в (3), получаем еще одно полезное соотношение, выполняющееся при равноускоренном движении:

$$2a_x s_x = v_x^2 - v_{0x}^2. \quad (4)$$

Пример 2. При экстренном торможении автомобиля его колеса оставляют на асфальте след, по длине которого можно рассчитать скорость автомобиля в начале торможения. Для этого удобно использовать уравнение (4), в котором надо положить $v_x = 0$ (торможение до остановки): $2a_x s_x = 0 - v_{0x}^2$. Если, например, известно, что модуль ускорения на сухом асфальте равен $a = 5 \text{ м/с}^2$, а длина следа оказалась равной $s = 20 \text{ м}$, то получаем $v_0 = \sqrt{-2a_x s_x} = \sqrt{2as} \approx 14 \text{ м/с} \approx 51 \text{ км/ч}$.

Замечание. Модуль любого вектора мы будем обозначать той же буквой, но без знака вектора: $v = |\vec{v}|$. (В случае одномерного движения буква без знака проекции обозначает модуль проекции: $v = |v_x|$.)

Пример 3. Посмотрим, как надо решать задачи о встрече двух тел. Провожжающий хочет передать знакомому в поезде посылку; опаздывая к отходу поезда, он бежит вдоль перрона со скоростью v . В тот момент, когда ему осталось пробежать расстояние L , поезд трогается и начинает набирать скорость с постоянным ускорением a . Чтобы узнать, успеет ли провожающий передать посылку, запишем условие встречи. Для этого удобно выбрать общую для двух тел систему координат, тогда в момент встречи координаты тел будут совпадать. Выберем начало координат в том месте, где находился провожающий в тот момент, когда тронулся поезд. Тогда зависимость координат провожающего

и его знакомого от времени имеет вид: $x_1 = vt$, $x_2 = L + at^2/2$. Условие встречи $x_1 = x_2$ имеет вид квадратного уравнения, и провожающий догонит знакомого в том случае, если дискриминант этого уравнения неотрицателен: $v^2 - 2aL \geq 0$. (Правда, надо еще проверить, не добежит ли он до края платформы раньше желанной встречи.)

► **Свободное падение.** Свободное падение — это движение тела под действием силы земного притяжения в пренебрежении сопротивлением воздуха. Если расстояние, которое проходит тело в процессе движения, пренебрежимо мало по сравнению с радиусом Земли, то ускорение тела $\vec{a}$ можно считать постоянным по модулю и направлению: $\vec{a} = \vec{g}$, где $\vec{g}$ — ускорение свободного падения, направленное вертикально вниз. У поверхности Земли $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$; на экваторе g немного меньше, чем на полюсе.

Если выбрать систему координат, в которой ось y направлена вертикально вверх, а ось x — горизонтально (в плоскости движения), то движение проекции материальной точки на ось y будет равноускоренным, а движение ее проекции на ось x — равномерным. Таким образом, в этой системе отсчета движение точки описывается четырьмя формулами ($a_y = -g$):

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = \text{const}, \\ x = v_x t, \end{cases} \quad \begin{cases} v_y = v_{0y} - gt, \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \end{cases}$$

где x, y — координаты точки; v_x, v_y — соответствующие проекции скорости $\vec{v}$; y_0 — координата y точки при $t = 0$ (x_0 считаем равным нулю); v_{0x}, v_{0y} — проекции начальной скорости $\vec{v}_0$.

Поскольку время t выражается через x линейно: $t(x) = x/v_x$, а y зависит от t квадратично, то, подставляя в зависимость $y(t)$ выражение $t(x)$, получаем, что зависимость $y(x)$ имеет вид квадратного трехчлена. Из этого следует, что траектория свободно падающего тела представляет собой параболу. (Ясно, что при $v_x = 0$ тело движется по вертикальной прямой.)

Рассмотрим несколько частных случаев.

С л у ч а й 1. Тело падает с высоты h без начальной скорости. Тогда $y_0 = h$, $v_{0y} = 0$. В этом случае

$$v_y = -gt, \quad y = h - \frac{gt^2}{2}.$$

Время t , через которое тело достигнет поверхности Земли ($y=0$), можно найти из уравнения: $y = h - gt^2/2 = 0$. Отсюда получаем $t = \sqrt{2h/g}$. Скорость тела в момент падения $v_y = -gt = -\sqrt{2gh}$.

С л у ч а й 2. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_{0y} = v_0$. В этом случае

$$v_y = v_0 - gt, \quad y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

При $t_1 = v_0/g$ тело остановится ($v_y = 0$) и, следовательно, достигнет в этот момент наивысшей точки полета. Подставляя в выражение $y = v_0 t - gt^2/2$ значение t_1 , получаем максимальную высоту $h = y(t_1) = v_0^2/2g$ (проще получить этот ответ из формулы (4)). Полное время полета t_2 в два раза больше, чем t_1 : $t_2 = 2v_0/g$.

С л у ч а й 3. Тело брошено горизонтально со скоростью v_0 с высоты h . В этом случае

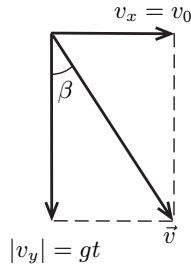


Рис. 3

$$\begin{cases} v_x = v_0, \\ x = v_0 t, \end{cases} \quad \begin{cases} v_y = -gt, \\ y = h - \frac{gt^2}{2}, \end{cases}$$

т. е. движение тела складывается из равномерного перемещения вдоль оси x и падения с высоты h , рассмотренного в случае 1. Скорость тела в любой момент времени равна

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$

и образует с ускорением $\vec{g}$ угол, тангенс которого равен (рис. 3)

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_x}{|v_y|} = \frac{v_0}{gt}.$$

В момент падения $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

С л у ч а й 4. Тело брошено с поверхности земли под углом α к горизонту со скоростью v_0 . Тогда

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha, \\ x = (v_0 \cos \alpha) t, \end{cases} \quad \begin{cases} v_y = (v_0 \sin \alpha) - gt, \\ y = (v_0 \sin \alpha) t - \frac{gt^2}{2}. \end{cases} \quad (5)$$

В момент времени $t_1 = (v_0 \sin \alpha)/g$ вертикальная проекция скорости обращается в нуль, следовательно, высота подъема над горизонтом в этот момент максимальна и равна

$$h = y(t_1) = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}.$$

В момент времени $t_2 = 2(v_0 \sin \alpha)/g$ тело упадет на землю, пройдя вдоль оси x расстояние

$$L = x(t_2) = (v_0 \cos \alpha) t_2 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

(дальность полета тела). Заметим, что формулы для $y(t)$, t_1 , t_2 и h получаются такими же, как в случае 2, если в нем положить $v_0 = v_0 \sin \alpha$. При заданной начальной скорости v_0 максимальная дальность полета достигается при $\sin 2\alpha = 1$, т. е. при $\alpha = 45^\circ$.

Пример 4. Посмотрим, как надо определять дальность полета, если бросок произведен не на горизонтальной, а на наклонной поверхности. Предположим, что камень бросили со скоростью v_0 перпендикулярно поверхности горы, наклоненной под углом α к горизонту. Так как начальная скорость составляет угол $(90^\circ - \alpha)$ с горизонтом, то формулы (5) приобретут вид

$$x = (v_0 \sin \alpha) t, \quad y = (v_0 \cos \alpha) t - \frac{gt^2}{2}.$$

Но главное состоит в том, что изменилось условие приземления камня. Вместо простого условия $y = 0$ теперь надо записать соотношение между координатами камня в момент падения на склон: $y = -x \operatorname{tg} \alpha$ (в момент падения $y < 0$). Подставив в это условие $x(t)$ и $y(t)$, вычислим время полета камня ($t = 2v_0/(g \cos \alpha)$), после чего найдем дальность полета:

$$L = \frac{x}{\cos \alpha} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}.$$

Можно подойти к задаче по-другому. Вместо стандартных, горизонтальной и вертикальной, осей направим ось x вниз вдоль склона горы, а ось y — перпендикулярно склону (рис. 4). Тогда условие падения снова приобретет вид $y = 0$, но оба движения, по x и по y , будут происходить с ускорением: $a_x = g \sin \alpha$, $v_{0x} = 0$, $a_y = -g \cos \alpha$, $v_{0y} = v_0$. Время полета найти теперь просто: $t = 2v_{0y}/|a_y| = 2v_0/(g \cos \alpha)$, а дальность полета равна координате x в момент падения: $L = a_x t^2/2$.

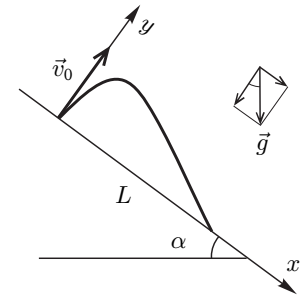


Рис. 4

► **Относительность движения. Сложение скоростей.** Одно и то же движение будет по-разному выглядеть при наблюдении из разных систем отсчета. Рассмотрим связь между скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ материальной точки в двух разных системах отсчета K_1

и K_2 , оси которых в процессе движения остаются параллельными (движение одной системы отсчета относительно другой является *поступательным* — см. стр. 17). Пусть за время Δt точка переместилась на $\vec{s}_2$ в системе отсчета K_2 , а сама система K_2 переместилась относительно системы K_1 на $\vec{s}$. Тогда перемещение $\vec{s}_1$ точки в системе K_1 равно сумме перемещений: $\vec{s}_1 = \vec{s}_2 + \vec{s}$. Деля это равенство на Δt и переходя к пределу $\Delta t \rightarrow 0$, получаем *закон сложения скоростей*:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}, \quad (6)$$

где $\vec{v}_1$ — скорость точки в системе K_1 , $\vec{v}_2$ — ее скорость в системе K_2 , а $\vec{v}$ — скорость движения системы K_2 относительно системы K_1 . Такое же соотношение выполняется и для ускорений: $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 + \vec{a}$ (только для *поступательного* движения системы отсчета K_2 !).

Пример 5. В безветренную погоду капли дождя падают вертикально вниз с некоторой неизвестной скоростью $\vec{v}_1$ (зависящей от размера капель). Если наблюдать за дождем из системы отсчета, движущейся с некоторой горизонтальной скоростью $\vec{v}$, то капли будут падать под углом α к вертикали. Измерив α и v , можно найти v_1 . Для этого изобразим векторное равенство (6) на рис. 5, учитывая, что $\vec{v}_1$ направлена вертикально вниз, а $\vec{v}$ — горизонтально. Из получившегося прямоугольного треугольника находим: $v_1 = v \operatorname{ctg} \alpha$. Если, например, в безветренную погоду следы капель на окне поезда наклонены под углом 30° , а скорость поезда 36 км/ч (10 м/с), то скорость падения капель равна $10\sqrt{3} \approx 17,2$ м/с.

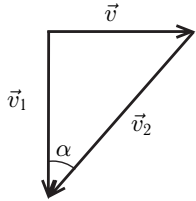


Рис. 5

Замечание. При одновременном свободном падении двух тел каждое из них движется относительно земли с ускорением $\vec{g}$. Поэтому в системе отсчета, связанной с одним из этих тел, второе движется без ускорения. Это означает, что движение второго тела в этой системе отсчета равномерное и прямолинейное. Переход в систему отсчета, связанную со свободно падающим телом, иногда называют методом барона Мюнхгаузена. (Этот барон, как известно, любил кататься на пушечном ядре.)

Пример 6. Стрелок хочет попасть в брошенный вверх мячик. Он собирается нажать на курок в тот момент, когда мячик оказывается в верхней точке (т.е. когда скорость мячика равна нулю). Так как стрелок находится далеко от того места, где подбрасывают мячик, он хочет решить, куда ему целиться. Надо ли ему вводить «поправку» на падение мячика, т.е. целиться ниже верхней точки его подъема?

Оказывается, надо целиться точно в мячик, так как сама пуля сместится за время полета на такое же расстояние $gt^2/2$, как и мячик. С точки зрения воображаемого «барона Мюнхгаузена», сидящего на мячике, пуля будет приближаться к нему прямолинейно и равномерно (мы пренебрегаем сопротивлением воздуха).

► **Равномерное движение материальной точки по окружности.** Движение по окружности (по произвольной кривой) называют равномерным, если оно происходит с постоянной по модулю скоростью. Вектор мгновенной скорости $\vec{v}$ направлен по касательной к окружности, а его модуль называют *линейной скоростью*. Угловой скоростью ω называется скорость изменения центрального угла φ , т.е. $\omega = \Delta\varphi/\Delta t$, где $\Delta\varphi$ — изменение φ за время Δt . Если угол выражен в радианах, то длина дуги AB (рис. 6) $l = R\Delta\varphi$ (R — радиус окружности) и, следовательно,

$$v = \omega R,$$

т.е. линейная скорость точки равна произведению угловой скорости на радиус окружности. Угловая скорость выражается в радианах в секунду (рад/с).

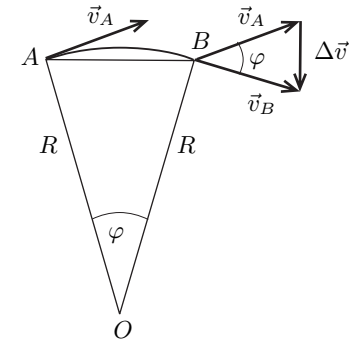


Рис. 6

Для описания равномерного вращательного движения используют также *период вращения* T (время одного оборота) и *частоту вращения* ν (число оборотов в единицу времени):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Частота вращения выражается в с^{-1} .

Даже при равномерном движении точки по окружности вектор скорости точки $\vec{v}$ изменяется. Следовательно, точка движется с ускорением

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

где $\Delta \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ — изменение скорости за время Δt (рис. 6). Из рисунка видно, что при уменьшении интервала времени Δt направление вектора $\Delta \vec{v}$ приближается к радиусу, соединяющему центр окружности с точкой. Значит, ускорение $\vec{a}$ направлено к центру окружности, и его называют *центростремительным ускорением*. Найдём это ускорение. Из подобия

треугольника AOB и треугольника, образованного векторами $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$ и $\Delta\vec{v}$, следует, что

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v}{R} \frac{AB}{\Delta t}.$$

Поскольку $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} (AB/\Delta t) = v$, центростремительное ускорение оказывается равным

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R. \quad (7)$$

► **Неравномерное движение по окружности.** В общем случае угловая скорость $\omega = \varphi'(t)$ зависит от времени, и для описания движения вводят *угловое ускорение* $\varepsilon = \omega'(t)$ (выражается в рад/с²). Знаки φ , ω и ε определяются выбором положительного направления отсчета угла. Ускорение $\vec{a}$ направлено внутрь окружности под некоторым (не обязательно прямым) углом к скорости (рис. 7). Иначе говоря, в общем случае $\vec{a}$ имеет две компоненты: *нормальное (центростремительное) ускорение* a_n и *тангенциальное ускорение* a_τ . Нормальное ускорение направлено к центру окружности (перпендикулярно к $\vec{v}$) и вычисляется по тем же формулам (7), что и центростремительное ускорение. Оно обеспечивает изменение $\vec{v}$ по направлению. Тангенциальное ускорение характеризует изменение величины скорости и равно $a_\tau = v'(t) = (\omega R)' = \varepsilon R$. Если на рис. 7 направление вдоль скорости считать положительным, то $v > 0$, $a_\tau < 0$ ($\omega > 0$, $\varepsilon < 0$), т. е. модуль скорости уменьшается.

При равноускоренном движении по окружности $\varepsilon = \text{const}$, и зависимость ω и $\Delta\varphi$ от времени имеют такой же вид, как v_x и s_x для равноускоренного движения точки по прямой (формулы (1) и (2)):

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad \Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 — начальная угловая скорость.

► **Движение вдоль произвольной криволинейной траектории.** В общем случае для a_τ и a_n верны такие же соотношения, как при движении по окружности: $a_\tau = v'(t)$ и $a_n = v^2/R$, где R — *радиус кривизны* траектории, т. е. радиус окружности, наиболее близко примыкающей к траектории в данной точке.

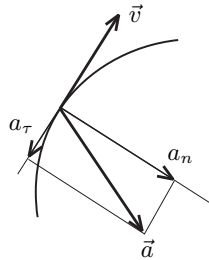


Рис. 7

Если a_τ все время равно нулю, то движение вдоль траектории является равномерным. Если тождественно равно нулю a_n , то движение происходит по прямой.

Вопрос. Опишите качественно, как меняются a_τ , a_n и R при движении тела, брошенного под углом к горизонту.

Ответ. От начала движения до верхней точки $a_\tau < 0$ и $|a_\tau|$ уменьшается, a_n возрастает (полное ускорение все время равно $\vec{g}$), R уменьшается ($R = v^2/a_n$, а v уменьшается). Затем — наоборот.

► **Движение твердого тела.** *Твердым телом* называют идеальное тело, расстояние между любыми двумя точками которого не меняется (т. е. отсутствуют деформации). Выделяют два вида движения твердого тела — поступательное и вращательное. При *поступательном движении* отрезок, соединяющий любые две точки тела, перемещается параллельно самому себе. Значит, все точки тела совершают одинаковые движения по одинаковым траекториям, и достаточно описать движение одной точки. При *вращательном движении* твердого тела вокруг неподвижной оси все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на этой оси. Угловая скорость ω всех точек тела одинакова, а линейные скорости пропорциональны расстоянию до оси вращения: $v = \omega R$. Произвольное движение твердого тела сводится к суперпозиции (наложению) поступательного и вращательного движений (вращательному движению относительно поступательно движущейся системы отсчета).

Пример 7. Качение колеса без проскальзывания с постоянной скоростью $\vec{v}$ относительно земли (рис. 8) можно представить в виде наложения поступательного движения со скоростью v (вправо) и вращательного движения относительно оси колеса с угловой скоростью ω (по часовой стрелке). В соответствии с законом сложения скоростей скорость любой точки колеса равна векторной сумме скорости вращательного движения $\vec{v}_{\text{вр}}$, величина которой для точек на ободе равна $v_{\text{вр}} = \omega R$, и скорости поступательного движения $\vec{v}$. Скорость нижней точки колеса O' относительно земли должна быть равна нулю, значит в этой точке противоположно направленные $\vec{v}$ и $\vec{v}_{\text{вр}}$ должны компенсироваться. Получаем, что из условия отсутствия проскальзывания следует связь между v и ω : $v = \omega R$.

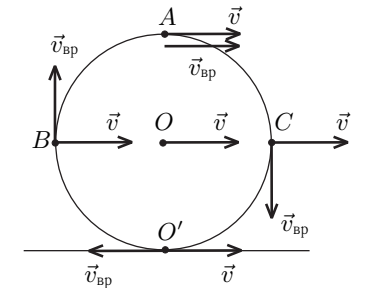


Рис. 8

В верхней точке A колеса $\vec{v}$ и $\vec{v}_{\text{вр}}$ направлены в одну сторону, т.е. скорость точки A равна $v_A = 2v$. В точках B и C , находящихся на уровне центра, $\vec{v}$ и $\vec{v}_{\text{вр}}$ взаимно перпендикулярны, и скорости этих точек равны $v_B = v_C = v\sqrt{2}$.

Ускорение любой точки на ободе колеса, в соответствии с законом сложения ускорений (аналогичным (6)), равно ускорению вращательного движения $\omega^2 R$ и направлено к центру окружности (ускорение равномерно движущейся системы отсчета равно нулю).

Замечание. Скорость любой точки колеса в данный момент можно найти как скорость чистого вращения с угловой скоростью ω относительно неподвижной (в этот момент) *мгновенной оси вращения* O' . Проверьте, что скорости точек A , B и C получаются такими же, как выше.

§ 2. Основы динамики

► **Первый закон Ньютона** состоит в том, что существуют такие системы отсчета, в которых любое свободно движущееся тело, т.е. тело, на которое не действуют другие тела (или действия других тел компенсируются), движется равномерно и прямолинейно. Системы отсчета, существование которых постулирует этот закон, называются *инерциальными*.

Из закона сложения скоростей (6) видно, что любая система отсчета, движущаяся с постоянной скоростью относительно инерциальной, также является инерциальной. Все законы механики имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах. Утверждение о равноправии инерциальных систем отсчета называют *принципом относительности Галилея*.

Используемые при решении задач системы отсчета инерциальны лишь с той или иной степенью точности. Так, систему, связанную с поверхностью Земли, во многих случаях можно считать инерциальной. Однако из-за суточного вращения Земли она не является абсолютно инерциальной, о чем свидетельствует, например, медленное вращение плоскости колебаний длинного маятника (*маятник Фуко*).

Из первого закона Ньютона следует, что в инерциальных системах отсчета ускорение тела возникает только в результате его взаимодействия с другими телами. Это ускорение зависит от инертности тела, т.е. его способности сопротивляться изменению скорости, а также от интенсивности и направления действия на него других тел.

► **Масса.** Масса тела m — это скалярная положительная величина, характеризующая *инертность* тела. Эксперименты показывают, что при взаимодействии двух тел их ускорения $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ в инерциальной системе отсчета направлены в противоположные стороны, а отношение модулей ускорений a_1/a_2 не зависит от характера и интенсивности взаимодействия. Это позволяет определить отношение масс двух произвольных тел как величину, обратную отношению ускорений, возникающих при их взаимодействии друг с другом: $m_1/m_2 = a_2/a_1$.

Чтобы определить не только отношение массы данного тела к массе других тел, но и абсолютное значение массы m , необходимо установить эталон массы. В СИ за эталон массы принимают один *килограмм* (1 кг), примерно равный массе 10^{-3} м^3 воды ¹⁾. Таким образом, сравнивая ускорение тела a , возникающее при его взаимодействии с телом массой $m_0 = 1 \text{ кг}$, и ускорение a_0 , приобретаемое эталонным телом, можем найти массу тела $m = a_0 m_0 / a$.

Как показывает опыт, такое определение массы является непротиворечивым: если измерить отношение ускорений a_1/a_2 двух тел, массы которых m_1 и m_2 были до этого определены из взаимодействия с эталоном, то оно окажется равным m_2/m_1 . Кроме того, определенная таким образом масса обладает важным свойством аддитивности: сумма масс частей, на которые можно разделить тело, равна массе всего тела ²⁾.

► **Сила.** *Силой*, действующей на тело массой m при его взаимодействии с другим телом, назовем величину $\vec{F} = m\vec{a}$, где $\vec{a}$ — ускорение тела m в инерциальной системе отсчета, вызванное действием силы $\vec{F}$ в отсутствие других сил. Таким образом, сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на ускорение, сообщаемое телу этой силой. В СИ сила выражается в *ньютонах* ($\text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$).

► **Второй закон Ньютона.** Если на материальную точку одновременно действуют n тел с силами $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ соответственно, то ускорение тела $\vec{a}$ определяется *векторной суммой этих сил*:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n}{m}.$$

¹⁾ Эталон массы хранится в парижской палате мер и весов.

²⁾ Это свойство нарушается в ядерной физике, где наблюдается *дефект массы* (см. главу 6).

Силу $\vec{F}$ называют *равнодействующей* (или *резльтирующей*) сил $\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n$.

► **Третий закон Ньютона.** Третий закон Ньютона утверждает, что силы $\vec{F}_{AB}$ и $\vec{F}_{BA}$, с которыми действуют друг на друга два взаимодействующих тела A и B , имеют одинаковую природу, направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны и равны между собой по модулю:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}.$$

Этот закон выполняется для любых взаимодействующих тел независимо от вида взаимодействия и от того, находятся ли тела в непосредственном контакте или взаимодействуют на расстоянии с помощью гравитационных или электромагнитных сил.

► **Силы природы.** Все разнообразие действующих в природе сил можно свести к нескольким фундаментальным взаимодействиям (гравитационному, слабому, электромагнитному и сильному). Однако для практических целей такой подход непригоден, и кроме фундаментальных дальнедействующих сил надо знать свойства различных сил, возникающих при контакте макроскопических тел.

► **Сила упругости.** Под действием внешних сил (нагрузки) твердое тело деформируется (изменяет форму и размеры). Деформацию называют *упругой*, если при снятии нагрузки форма тела восстанавливается. (Подробнее об упругих деформациях рассказано на стр. 85.) Сила, с которой деформируемое упругое тело действует на деформирующее (источник нагрузки), называют *силой упругости*. При растяжении или сжатии стержня или пружины, растяжении упругого шнура изменение его длины Δl пропорционально приложенной силе. Следовательно, возникающая при упругой деформации сила упругости пропорциональна Δl (*закон Гука*):

$$F_{\text{упр}} = k|\Delta l|,$$

где k называется *жесткостью* (в СИ k измеряется в Н/м), а $\Delta l = l - l_0$ — изменение длины тела (l_0 — длина в недеформированном состоянии). При растяжении ($\Delta l > 0$) сила упругости направлена в сторону упругого тела (растянутое тело «тянет на себя»), при сжатии ($\Delta l < 0$) — наоборот.

Если деформация линейного тела происходит за счет смещения точки приложения нагрузки (другой конец тела закреплен), то для проекции силы упругости на ось x , параллельную телу, можно записать

$$F_{\text{упр}x} = -kx,$$

где x — *смещение* точки приложения нагрузки (смещение отсчитывается от положения этой точки в отсутствие деформации).

Вопрос. Как жесткость резинового шнура (стержня, пружины) зависит от его длины? Во сколько раз изменится жесткость, если резиновый шнур сложить пополам?

Ответ. При растяжении шнура в любой его точке возникает одинаковая сила упругости. При этом растяжение любой части шнура пропорционально ее длине (например, половина шнура удлинилась в два раза меньше, чем весь шнур). Значит, жесткость куска шнура обратно пропорциональна его длине. При складывании пополам шнура жесткостью k жесткость каждой половины равна $2k$ и они действуют одновременно, т.е. общая жесткость равна $4k$ (см. также вопрос на стр. 85).

Если жесткость тела k велика, а сила упругости не очень большая, то изменением формы тела можно пренебречь и считать его абсолютно твердым. Силу упругости, действующую на поверхность, называют в этом случае *силой давления* и обозначают $\vec{P}$, а силу противодействия, действующую со стороны поверхности на тело, — *силой нормальной реакции* $\vec{N}$; $\vec{N} = -\vec{P}$. Аналогично при большом значении k можно пренебречь растяжением нити и считать ее нерастяжимой. В этом случае силу упругости называют *силой натяжения нити* и обозначают $\vec{T}$.

Пример 8. Два тела массами m_1 и m_2 подвешены на невесомой нерастяжимой нити, переброшенной через невесомый блок, не оказывающий сопротивления вращению (рис. 9). Найдем ускорения тел и силу натяжения нити. Так как массы блока и нити пренебрежимо малы, а блок не оказывает сопротивления вращению, то силы натяжения, действующие на тела, равны по модулю: $T_1 = T_2 = T$. Из нерастяжимости нити следует, что ускорения тел $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ равны по модулю $a_{2y} = -a_{1y}$. Поэтому уравнения второго закона Ньютона в проекции на ось y , направленную вниз, можно записать в виде:

$$\begin{cases} m_1 a_{1y} = m_1 g - T, \\ -m_2 a_{1y} = m_2 g - T. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим:

$$a_{1y} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g, \quad T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

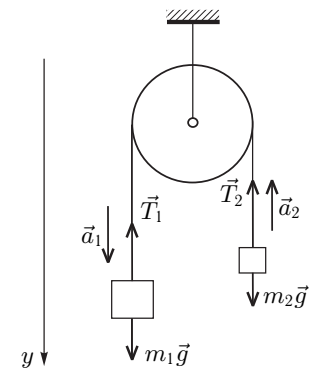


Рис. 9

► **Силы трения.** Если два тела находятся в контакте и не движутся друг относительно друга, то кроме сил упругости,

действующих перпендикулярно соприкасающимся поверхностям, возникают *силы трения покоя*, действующие в плоскости, касательной к этим поверхностям. Модуль и направление силы трения покоя $\vec{F}_{\text{тр}}$ в этой плоскости могут быть любыми при условии, что ее модуль не превосходит максимального значения $F_{\text{тр. max}} = \mu_1 N$, где N — модуль силы давления (нормальной реакции), а μ_1 называется *коэффициентом трения покоя*. Силу трения покоя можно найти из условия относительной неподвижности соприкасающихся тел (условия отсутствия скольжения).

Если модуль найденной таким образом силы трения покоя превышает максимальное значение, то состояние, при котором отсутствует скольжение, оказывается невозможным. В том случае, когда поверхность одного тела скользит по поверхности другого, действующую между ними силу трения называют *силой трения скольжения*. Модуль силы трения скольжения практически не зависит от скорости движения и пропорционален модулю силы давления (нормальной реакции):

$$F_{\text{тр}} = \mu_2 N,$$

где μ_2 — *коэффициент трения скольжения*, который обычно принимают равным коэффициенту трения покоя ($\mu_2 = \mu_1 = \mu$) и называют просто *коэффициентом трения*. Сила трения скольжения, приложенная к одному из тел, лежит в плоскости контакта тел и направлена в сторону, противоположную вектору скорости этого тела относительно другого.

Пример 9. Рассмотрим тело массой m , находящееся на плоскости, наклоненной под углом α к горизонту, при условии, что коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ (рис. 10). Второй закон Ньютона для тела имеет вид $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$, где $\vec{a}$ — ускорение тела, а $\vec{N}$, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — силы реакции и трения. Проецируя это уравнение на оси декартовой системы, в которой ось x направлена вдоль плоскости, а ось y — перпендикулярно ей, имеем:

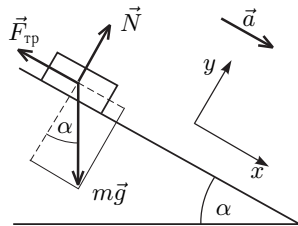


Рис. 10

$$\begin{cases} ma = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}, \\ 0 = N - mg \cos \alpha. \end{cases}$$

Если тело покоится, то из первого уравнения можно найти силу трения покоя: $F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha$. Она должна быть меньше предельного значения $F_{\text{тр. max}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, т.е. условие неподвижности

тела имеет вид $\tan \alpha < \mu$. Если это условие не выполняется, то тело поедет по плоскости с ускорением $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$, которое можно

найти из первого уравнения после подстановки в него выражения для силы трения скольжения, $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$.

► **Гравитационные силы.** Все тела в природе притягиваются друг к другу. Возникающие при этом силы называются *гравитационными* и подчиняются *закону всемирного тяготения Ньютона*. Для двух материальных точек с массами m_1 и m_2 гравитационные силы (силы тяготения) $\vec{F}$ направлены вдоль прямой, соединяющей точки, и равны

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ — *гравитационная постоянная*, а r — расстояние между точками.

Тела сложной формы можно разбить на материальные точки, а затем вычислить и просуммировать все элементарные гравитационные силы. Гравитационная сила, действующая на материальную точку со стороны сферически симметричного тела, была вычислена Ньютоном. Оказалось, что модуль и направление этой силы точно такие же, как для материальной точки, масса которой равна массе тела и сосредоточена в его центре.

Гравитационная сила, действующая со стороны Земли на небольшое тело, находящееся вблизи ее поверхности, называется *силой тяжести*. Сила тяжести направлена к центру Земли,¹⁾ т.е. перпендикулярно земной поверхности, и равна

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{M_3 m}{R^2} = mg,$$

где M_3 , R — масса и радиус Земли, а $g = GM_3/R^2$ — *ускорение свободного падения*. Движение тела под действием силы тяжести в отсутствие других сил называется свободным падением. Оно было рассмотрено раньше.

► **Вес.** *Вес тела* — это сила, с которой тело действует на опору или подвес, относительно которых оно не движется. По третьему закону Ньютона $\vec{P} = -\vec{F}_p$, где $\vec{F}_p$ — сила реакции опоры, которую можно найти из второго закона Ньютона: $\vec{F}_p + m\vec{g} = m\vec{a}$. Вес $\vec{P}$ тела, движущегося относительно земли равномерно и прямолинейно, равен силе тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$. Вес тела, движущегося (вместе с опорой) с ускорением $\vec{a}$, равен $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$. Видно, что вес свободно падающего тела равен

¹⁾ Если считать Землю идеальным шаром, а также не учитывать поправки, связанные с вращением Земли (см. с. 24).

нулю. Поэтому состояние свободного падения называют *состоянием невесомости*.

Вопрос. Для привыкания космонавтов к условиям невесомости требуется создать искусственную невесомость. Как это можно сделать в земных условиях? На какое время?

Ответ. Ясно, что для этого нежелательно помещать космонавта в кабину падающего лифта. (Кстати, и время такого падения невелико: с высоты 200 м лифт будет падать примерно 6 с.) Поступают по-другому: задают программу автопилоту, которая заставляет самолет лететь точно так же, как двигалось бы в отсутствие воздуха тело, брошенное под углом к горизонту (см. (5)). Например, если эта программа начнет действовать в тот момент, когда скорость самолета равна 250 м/с и направлена под углом 45° к горизонту, то до возвращения на тот же уровень пройдет время $t = 2v_0 \sin \alpha / g \approx 35$ с.

Пример 10. Чтобы космонавты смогли привыкнуть к перегрузкам, возникающим при старте ракеты с большим ускорением, их раскручивают на центрифуге (рис. 11). Найдем перегрузку, т. е. отношение

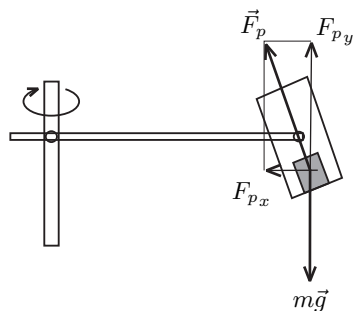


Рис. 11

веса P к mg , при вращении центрифуги в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω . Для этого запишем второй закон Ньютона в проекциях на горизонтальную ось x , направленную от кабины к центру окружности (проекция ускорения на эту ось равна центростремительному ускорению (7)), и на вертикальную ось y :

$$\begin{cases} F_{px} = m\omega^2 R, \\ F_{py} - mg = 0, \end{cases}$$

где F_{px} , F_{py} — проекции на оси силы реакции $\vec{F}_p$, действующей на человека со стороны тренажера. Из этих уравнений находим силу реакции, которая, по третьему закону Ньютона, равна весу человека в условиях тренировки,

$$P = F_p = \sqrt{F_{px}^2 + F_{py}^2} = \sqrt{(mg)^2 + (m\omega^2 R)^2},$$

и вычисляем перегрузку:

$$\frac{P}{mg} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega^2 R}{g}\right)^2}.$$

Вопрос. Можно ли считать, что вес тела на поверхности Земли точно равен по модулю и направлению силе тяготения?

Ответ. Нет, так как любое тело на поверхности Земли участвует в ее суточном вращении, т. е. движется (вместе с поверхностью Земли

в данном месте) с центростремительным ускорением, направленным в сторону земной оси. На полюсах $\vec{P} = m\vec{g}$, а на экваторе вес меньше, чем mg , на величину $m\omega^2 R$, что составляет $\approx 0,34\%$ от mg (ω — угловая скорость вращения Земли, которую легко найти, зная период вращения $T = 24$ часа; $R \approx 6400$ км — радиус Земли). Экспериментально определенное в данном месте (путем взвешивания) значение $\vec{g}$ уже включает в себя влияние вращения Земли, и используемая при расчетах сила тяжести $m\vec{g}$ равна весу покоящегося тела данной массы, т. е. немного отличается от силы тяготения по модулю и направлению.

► **Спутники.** Если тело движется со скоростью v по круговой орбите радиусом $r > R$ вокруг Земли (такие тела называют *искусственными спутниками* Земли), то ускорение тела равно центростремительному ускорению: $a = a_{цс} = v^2/r$. По второму закону Ньютона $ma = GM_3m/r^2$, откуда

$$v^2 = G \frac{M_3}{r} = G \frac{M_3}{R + h},$$

где h — расстояние от орбиты до поверхности Земли. Скорость искусственного спутника v_I , движущегося вдоль поверхности Земли (*первая космическая скорость*), можно найти, положив $h = 0$. Пользуясь определением g , получаем

$$v_I^2 = G \frac{M_3}{R} = gR,$$

или $v_I = \sqrt{gR} \approx 7,9$ км/с.

► **Статика.** Статика изучает условия равновесия тел. Для равновесия материальной точки необходимо, чтобы сумма сил, действующих на точку, была равна нулю. Для равновесия твердого тела этого недостаточно, поскольку под действием двух

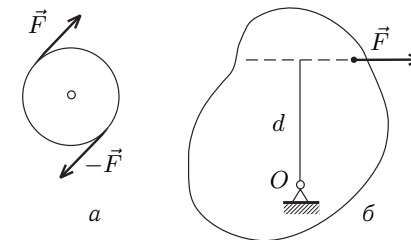


Рис. 12

равных по величине, но противоположно направленных сил тело может вращаться (рис. 12а). Рассмотрим сначала *условие равновесия тела, имеющего неподвижную ось вращения O*

(рис. 12б). Назовем *моментом* M силы $\vec{F}$ относительно оси O произведение модуля силы F на *плечо* этой силы d :

$$M = \pm Fd,$$

где d — расстояние от оси O до линии действия силы $\vec{F}$. Знак момента определяется выбором положительного направления вращения, — например, считается положительным, если сила вызывает вращение тела по часовой стрелке. Момент силы характеризует ее вращательное действие по отношению к выбранной оси. Из определения момента видно, что вращательное действие силы а) не меняется при перемещении силы вдоль линии ее действия, б) возрастает при удалении линии действия силы от оси вращения и в) обращается в нуль, если линия действия силы проходит через ось вращения. Условие равновесия тела с осью вращения O состоит в том, что алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих на тело, относительно оси O должна равняться нулю (*правило моментов*).

Пример 11. Выясним условие *равновесия рычага* — системы, состоящей из двух материальных точек m_1 и m_2 , соединенных жестким невесомым стержнем AB , шарнирно закрепленным в точке O . По правилу моментов алгебраическая сумма моментов сил тяжести $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$ должна равняться нулю (плечо силы реакции опоры $\vec{N}$ равно нулю, так как она проходит через ось). Отсюда получаем условие равновесия рычага: $m_1g|AO| = m_2g|BO|$ или $m_1/m_2 = |BO|/|AO|$.

Общее условие равновесия тела состоит в выполнении двух условий: 1) сумма сил, действующих на тело, должна равняться нулю и 2) сумма моментов относительно любой оси также должна равняться нулю (для неподвижного тела каждая ось может рассматриваться как неподвижная ось вращения). Назовем *равнодействующей* сил, действующих на тело, силу, равную векторной сумме этих сил и имеющую такое же вращательное действие на тело, как и все силы, действующие вместе.

Пример 12. Найдем равнодействующую двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ в следующих случаях (рис. 13):

- линии действия $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ пересекаются;
- $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ параллельны;
- $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ антипараллельны и имеют различные модули;
- $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ антипараллельны и равны по модулю (*пара сил*).

В случае а) силы надо переместить в точку их пересечения, после чего найти их векторную сумму. В случае б) линия равнодействующей лежит между линиями действия сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, ее положение определяется уравнением $F_1x = F_2(l - x)$ (сравните с условием равновесия

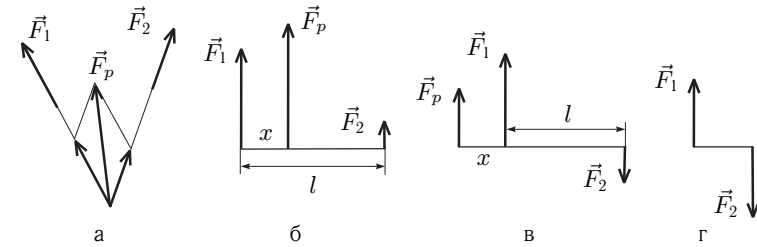


Рис. 13

рычага). В случае в) линия действия равнодействующей лежит вне линий действия сил, со стороны большей силы (на рис. 13в это $\vec{F}_1$), ее положение определяется условием $F_1x = F_2(l + x)$. Видно, что чем меньше отличаются силы по модулю, тем дальше лежит равнодействующая. В случае г) сумма сил равна нулю, и поэтому их нельзя заменить одной равнодействующей.

► **Центр тяжести.** При любой ориентации тела в однородном поле тяжести равнодействующая сил тяжести, действующих на части тела, проходит через одну и ту же точку тела, которую называют *центром тяжести*. Положение центра тяжести может быть найдено из условия, что сумма моментов сил тяжести относительно любой проходящей через него оси равна нулю. Часто положение этой точки удается определить разбиением тела на части простой формы.

Пример 13. Найдем центр тяжести плоского однородного треугольника. Разобьем треугольник на тонкие полоски, параллельные одной из сторон. Центр тяжести каждой полоски лежит в ее середине. Значит, мы заменили треугольник набором точек, лежащих на его медиане. Следовательно, центр тяжести должен лежать на этой медиане. Повторяя рассуждение для каждой из сторон, приходим к выводу, что центр тяжести лежит на пересечении медиан.

Вопрос. Можно ли при вычислении силы гравитационного притяжения материальной точки и протяженного тела произвольной формы заменить это тело одной точечной массой, помещенной в его центр тяжести?

Ответ. Нет, нельзя, если форма тела отличается от сферической. Рассмотрим, например, протяженное тело в виде двух одинаковых точечных масс M , соединенных невесомым стержнем длиной l . Сила гравитационного притяжения такого тела и материальной точки массой m , расположенной на продолжении стержня на расстоянии $r > l/2$ от его центра, равна

$$F = G \frac{mM}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} + G \frac{mM}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} = G \frac{m \cdot 2M \left(r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)}{\left(r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^2}.$$

Видно, что эта сила не равна силе гравитационного притяжения масс m и $2M$, расположенных на расстоянии r друг от друга.

§ 3. Законы сохранения в механике

► **Система тел.** Система тел определяется указанием тех тел, которые в эту систему входят. Например, Солнечную систему можно определить как состоящую из Солнца и планет, обращающихся вокруг Солнца. Любое протяженное тело можно представить как систему большого числа материальных точек, на которые его можно мысленно разбить.

Силы, действующие на тела системы, разделяют на *внешние силы*, действующие со стороны тел, не входящих в систему, и *внутренние силы*, действующие между телами системы. Из третьего закона Ньютона следует, что сумма всех внутренних сил равна нулю.

Система тел называется *замкнутой*, если внешние силы отсутствуют.

► **Импульс.** Импульсом $\vec{p}$ тела (материальной точки) называется произведение массы m на скорость $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Импульсом $\vec{p}$ системы, состоящей из n тел (материальных точек) $m_1, m_2, \dots, m_n$, движущихся со скоростями $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ соответственно, называется сумма их импульсов:

$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n.$$

► **Изменение импульса. Импульс силы.** Изменение импульса тела $\Delta\vec{p}$ за время Δt можно представить в виде $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$, откуда получаем, что *второй закон Ньютона* может быть записан в виде

$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = \vec{F}\Delta t, \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{p}'(t),$$

где $\vec{F}$ — равнодействующая всех сил, действующих на тело. Величина $\vec{F}\Delta t$ называется *импульсом силы* $\vec{F}$. Если интервал времени Δt — конечный, то эта формула позволяет вычислить *среднюю силу* на этом интервале:

$$\vec{F}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}. \quad (8)$$

Вычислим теперь изменение импульса системы тел.

Для примера рассмотрим систему, состоящую из двух точек m_1 и m_2 , имеющих скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Обозначим внешние силы, действующие на точки m_1 и m_2 , соответственно $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, а внутренние силы — $\vec{F}_{12}$ (сила, с которой точка m_1 действует на точку m_2) и $\vec{F}_{21}$. Тогда из второго закона Ньютона следует, что

$$m_1\Delta\vec{v}_1 = (\vec{F}_1 + \vec{F}_{21})\Delta t,$$

$$m_2\Delta\vec{v}_2 = (\vec{F}_2 + \vec{F}_{12})\Delta t.$$

Из третьего закона Ньютона имеем $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$. Поэтому, складывая уравнения, получаем

$$\Delta\vec{p} = m_1\Delta\vec{v}_1 + m_2\Delta\vec{v}_2 = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t.$$

Видно, что *изменение импульса системы тел* равно импульсу равнодействующей внешних сил:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}_{\text{внеш}}\Delta t, \quad \text{или} \quad \vec{F}_{\text{внеш}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{p}'(t). \quad (9)$$

Это уравнение называют *формулой для изменения импульса системы тел*.

Уравнение (9) может быть записано в виде (8), позволяющем вычислить *среднее значение внешней силы*.

Пример 14. Вычислим силу, которая действует на изогнутый под углом 90° участок трубы сечением S , если по трубе течет вода со скоростью v .

Для изменения импульса воды на нее со стороны трубы должна действовать сила, равная $\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$, где $\Delta\vec{p}$ — изменение импульса воды за время Δt . Масса воды, прошедшей через изгиб за это время, равна $\Delta m = \rho_v v S \Delta t$, а изменение скорости этой массы воды равно $v\sqrt{2}$ и направлено по биссектрисе угла (рис. 14). Значит, изменение импульса $\Delta\vec{p}$ направлено по биссектрисе и равно $|\Delta\vec{p}| = \sqrt{2}\rho_v S v^2 \Delta t$, а сила, действующая на воду, равна $F = \sqrt{2}\rho_v S v^2$ и тоже направлена по биссектрисе. Сила реакции воды $\vec{F}_p$, приложенная к трубе, действует в обратном направлении.

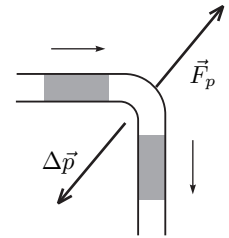


Рис. 14

► **Закон сохранения импульса** утверждает, что *импульс замкнутой системы тел сохраняется*:

$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \text{const}.$$

Это утверждение является очевидным следствием формулы (9) для изменения импульса системы тел.

Из формулы (9) следует, что импульс системы может сохраняться и в том случае, если система не является замкнутой, но при условии, что *сумма внешних сил равна нулю* ($\vec{F}_{\text{внеш}} = 0$). Именно этот случай обычно реализуется в действительности. Поэтому удобно пользоваться менее фундаментальной, но более практичной формулировкой закона сохранения импульса: *импульс системы тел сохраняется, если сумма внешних сил равна нулю*.

Уравнение (9) позволяет выделить некоторые случаи, когда удастся применить закон сохранения импульса даже тогда, когда сумма внешних сил не равна нулю.

1. Если внешние силы *перпендикулярны некоторой оси* x , то проекция импульса на это направление сохраняется: $\Delta p_x = 0$, $p_x = \text{const}$. Например, если доска скользит по гладкой плоскости и на нее сверху падает мешок, то полный импульс системы доска+мешок не сохраняется (действуют внешние силы $m\vec{g}$ и $\vec{N}$), но проекция импульса на горизонтальное направление сохраняется.

2. Если взаимодействие носит кратковременный характер (удар, взрыв), а внешние силы остаются конечными (и не зависят от времени взаимодействия), то изменением импульса системы за это время можно пренебречь. При этом изменение импульса отдельных тел системы может быть заметным, несмотря на малость времени взаимодействия. При ударе или взрыве внутренние силы носят ударный, взрывной характер ($\vec{F}_{\text{внутр}} \Delta t$ остается конечным при $\Delta t \rightarrow 0$).

► **Центр масс.** Центр масс системы, состоящей из n материальных точек $m_1, m_2, \dots, m_n$, положение которых задается радиус-векторами $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$, — это точка, положение которой задается радиус-вектором

$$\vec{r}_{\text{цм}} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}. \quad (10)$$

Тело произвольной формы можно представить как совокупность материальных точек и определять его центр масс по этой же формуле. Центр масс обладает многими замечательными свойствами:

1. Взяв производную по времени от уравнения (10), получим, что импульс системы равен произведению массы системы m на скорость центра масс:

$$\vec{p} = m \vec{v}_{\text{цм}}.$$

Если импульс сохраняется, то центр масс движется с постоянной скоростью.

2. Изменение импульса системы $\Delta \vec{p}$ равно, с одной стороны, $m \Delta \vec{v}_{\text{цм}}$, а с другой стороны, произведению результирующей

внешней силы $\vec{F}$ на Δt (см. уравнение (9)). Значит, движение центра масс подчиняется уравнению

$$\vec{F} = m \vec{a}_{\text{цм}}. \quad (11)$$

Видно, что движение центра масс определяется только *внешними* силами, т.е. *внутренние* по отношению к системе силы на его движение не влияют.

Пример 15. Рассмотрим тонкий стержень длиной l и массой m , вращающийся по инерции с угловой скоростью ω вокруг своего центра. Как найти силу натяжения F в середине стержня? Рассмотрим одну из половинок стержня и применим к ней уравнение (11). Ее центр масс движется по окружности радиусом $R = l/4$ с ускорением $a_{\text{цм}} = \omega^2 R$, а единственной внешней силой является как раз F . Получаем

$$F = \frac{m}{2} \omega^2 \frac{l}{4}.$$

Точно так же можно найти натяжение в любой точке стержня (сделайте это сами).

3. Если единственная сила, действующая на тело, приложена к его центру масс, то она не будет вызывать вращательного движения.

4. Равнодействующая сил тяжести, приложенных к точкам тела или системы, проходит через центр масс, т.е. центр масс совпадает с *центром тяжести* тела в однородном поле тяготения (см. стр. 27).

Пример 16. В качестве примера использования понятия центра масс вычислим период вращения двойной звезды, состоящей из двух звезд массами m_1 и m_2 , расстояние между которыми неизменно и равно r . Центр масс этой системы расположен между звездами, на расстоянии $r_1 = m_2 r / (m_1 + m_2)$ от первой звезды (рис. 15). Так как система замкнута, то скорость центра масс постоянна, и связанная с ним система отсчета является инерциальной. В этой системе отсчета каждая звезда движется по окружности своего радиуса вокруг центра масс. Записав второй закон Ньютона для звезды массой m_1

$$G \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r_1$$

и подставив r_1 , найдем период вращения:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G(m_1 + m_2)}}.$$

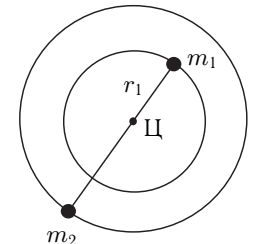


Рис. 15

Видно, что период вращения определяется полной массой звезды и не зависит от того, как она распределена между компонентами.

► **Реактивное движение.** Как уже отмечалось выше, внутренние силы не могут изменить характера движения центра масс системы. Однако скорости частей системы могут существенно меняться за счет действия внутренних сил. Рассмотрим управление ракетой в отсутствие внешних сил, за счет выброса реактивной струи. Пусть из сопла ракеты за малое время Δt вылетают отработанные газы массой Δm со скоростью $\vec{u}$ относительно ракеты. Запишем закон сохранения импульса системы ракета–газы для интервала времени Δt . В инерциальной системе отсчета, скорость которой равна скорости ракеты в начале интервала времени Δt , получаем: $M\Delta\vec{v} + \Delta m\vec{u} = 0$, где $\Delta\vec{v}$ — изменение скорости ракеты за время Δt , M — ее масса в данный момент ($\Delta m \ll M$). Отсюда находим, что $\Delta\vec{v} = -\vec{u}\Delta m/M$. *Реактивная сила*, действующая на ракету со стороны реактивной струи, определяется как произведение массы ракеты на ее ускорение: $\vec{F}_p = M(\Delta\vec{v}/\Delta t) = -\mu\vec{u}$ ($\mu = \Delta m/\Delta t$ — расход топлива, т.е. масса топлива, выбрасываемая в единицу времени). Таким образом, выброс газов из сопла ракеты с большой скоростью приводит к увеличению скорости движения самой ракеты. При движении ракеты во внешнем поле тяжести ее ускорение определяется равнодействующей сил: $M\vec{a} = -\mu\vec{u} + M\vec{g}$.

Принцип реактивного движения позволяет совершать полеты в безвоздушном космическом пространстве.

► **Работа и энергия.** Любая система тел характеризуется скалярной величиной E — энергией, которая однозначно определяется состоянием системы. С ней связана другая скалярная величина — механическая работа A . При изменении состояния системы под действием внешних сил их работа равна изменению энергии:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A.$$

► **Механическая работа.** Если на тело, движущееся по прямой, действует постоянная сила $\vec{F}$, то механической работой A этой силы на перемещении $\vec{s}$ называется произведение

$$A = F s \cos \alpha = F_s s,$$

где α — угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{s}$, а F_s — проекция силы на перемещение. В СИ работа и энергия выражаются в *джоулях*

(Дж = Н·м). Работа A силы $\vec{F}$ положительна, если угол α — острый, и отрицательна, если угол α — тупой. При движении тела по криволинейной траектории или изменении силы в процессе движения траекторию можно разбить на малые участки, соответствующие перемещениям $\vec{s}_i$ ($\Delta\vec{r}_i = \vec{s}_i$), и считать силу постоянной на каждом из таких участков. Тогда работа A силы $\vec{F}$ равна сумме элементарных работ

$$A = \sum \Delta A_i, \quad \Delta A_i = F_{si} |\vec{s}_i| = F_{si} \Delta l_i, \quad (12)$$

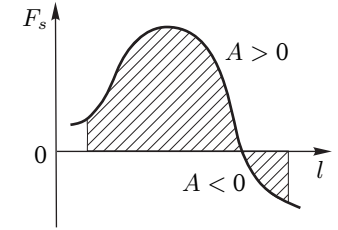


Рис. 16

где F_{si} — проекция силы на $\Delta\vec{r}_i$, а Δl_i — длина пути на этом малом участке. Поэтому работу A можно представить как площадь под кривой зависимости проекции силы на перемещение F_s от пути l (рис. 16).

► **Мощность.** Средняя мощность P_{cp} силы $\vec{F}$ — это отношение работы A , совершенной силой $\vec{F}$ за время t , к интервалу времени t :

$$P_{cp} = \frac{A}{t}.$$

Мгновенная мощность P или просто *мощность* — это предел, к которому стремится средняя мощность при неограниченном уменьшении интервала времени:

$$P(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = A'(t),$$

т.е. мощность — это производная работы, рассматриваемой как функция времени. Подставляя выражение для элементарной работы из формулы (12) и учитывая, что $\Delta l/\Delta t = v$, получаем

$$P = F v \cos \alpha = F_v v,$$

где α — угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{v}$, а F_v — проекция силы на скорость. Мощность в СИ выражается в *ваттах* (Вт = Дж/с).

► **Кинетическая энергия.** Чтобы изменить скорость тела, к нему необходимо приложить силу $\vec{F}$ и, следовательно, совершить работу. Значит, с движением тела (материальной точки) связана определенная энергия, которая должна зависеть от массы тела и его скорости. Эту *энергию движения* называют

кинетической энергией и определяют формулой

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2}. \quad (13)$$

Кинетическая энергия системы тел (материальных точек) определяется как сумма кинетических энергий всех тел системы:

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \dots$$

Для определенной таким образом энергии движения выполняется *теорема о кинетической энергии*, которая гласит, что *изменение кинетической энергии тела (системы тел) равно работе всех сил, приложенных к телу (к телам системы)*:

$$\Delta E_{\text{кин}} = A \quad (\text{всех сил}). \quad (14)$$

По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$, где $\vec{F}$ — результирующая сила. На малом интервале времени Δt силу можно считать постоянной, а движение — равноускоренным. В этом случае, как было показано ранее (см. формулу (4)), выполняется соотношение $2a_s s = v^2 - v_0^2$, где s — величина перемещения тела за время Δt , a_s — проекция ускорения на направление движения, а v_0 и v — скорости в начальный момент времени и через Δt . Подставляя в это соотношение выражения для ускорения $a_s = F_s/m$ и работы $A = F_s s$, получаем, что

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}.$$

Так как это соотношение выполняется на каждом малом участке движения, то оно будет верным и для всего движения.

Пример 17. Вычислим полезную мощность брандспойта (т. е. мощность, затрачиваемую на увеличение кинетической энергии воды), если скорость вылетающей струи равна $v = 20$ м/с, а ее сечение $S = 5$ см². Кинетическая энергия воды массой Δm , выброшенной из брандспойта за время Δt , равна

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta m v^2 = \frac{1}{2} (\rho_b S v \Delta t) v^2 = \frac{1}{2} \rho_b S v^3 \Delta t,$$

откуда для мощности получаем $P = \rho_b S v^3 / 2 \approx 2$ кВт. (Средняя сила реакции струи равна $\Delta m v / \Delta t = \rho_b S v^2$, а множитель $1/2$ возникает потому, что средняя скорость воды при разгоне равна $v/2$.) Отметим, что при использовании этой струи для водных процедур (массажа) сила давления равна $F = \rho_b S v^2 \approx 400$ Н, а давление $p = F/S = \rho_b v^2 \approx 4$ атм. (См. также пример 14.)

► **Консервативные силы. Консервативная система.** Пусть сила $\vec{F}$, действующая на тело, принимает определенное значение при любом возможном положении тела и не зависит от скорости и направления его движения. Такая сила называется *консервативной*, если ее работа A_{BC} при перемещении тела из точки B в точку C не зависит от траектории (или, что то же самое, работа на любой замкнутой траектории равна нулю).

1. *Работа силы тяжести* при перемещении тела по прямолинейной траектории BC равна $A_{BC} = -mg\Delta h$, где Δh — проекция отрезка BC на вертикальную ось. Формула

$$A = -mg\Delta h \quad (15)$$

верна для случая перемещения тела по любой траектории (это легко доказать, разбив траекторию на прямолинейные участки). Из уравнения (15) видно, что сила тяжести — консервативная.

2. *Работа силы упругости* при изменении растяжения упругого тела от x_1 до x_2 равна площади трапеции на графике $F_{\text{упр}x}(x) = -kx$ (рис. 17)

$$A = -\frac{kx_1 + kx_2}{2}(x_2 - x_1) = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right). \quad (16)$$

Из формулы (16) видно, что работа силы упругости зависит только от начального и конечного растяжения, т. е. эта сила — консервативная.

3. *Работа силы трения* при перемещении тела по неподвижной поверхности отрицательна на любом отрезке траектории. Поэтому ее работа при перемещении по замкнутой траектории не равна нулю, т. е. сила трения — не консервативная.

Систему тел называют *консервативной*, если все силы взаимодействия между телами системы являются консервативными.

► **Потенциальная энергия.** Работа консервативной силы однозначно определяется начальным и конечным положениями точки приложения силы. Поэтому для любой консервативной силы можно определить потенциальную энергию, зависящую только от положения тела в пространстве или от относительного расположения его частей. Приложим к телу внешнюю силу $\vec{F}^*$, уравновешивающую консервативную силу $\vec{F}$ ($\vec{F}^* = -\vec{F}$), и будем очень медленно перемещать тело из одной точки в другую.

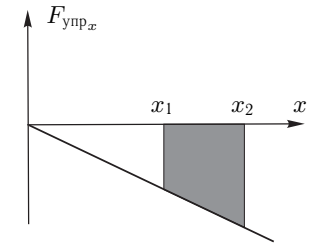


Рис. 17

Поскольку перемещение медленное, то кинетическая энергия пренебрежимо мала и изменение энергии тела (равное работе внешней силы A^*) сводится к изменению потенциальной энергии $E_{\text{пот}}$: $A^* = \Delta E = \Delta E_{\text{пот}}$. Но внешняя сила была выбрана так, что $A^* = -A$, где A — работа консервативной силы $\vec{F}$, поэтому

$$\Delta E_{\text{пот}} = -A. \quad (17)$$

Для того чтобы окончательно определить потенциальную энергию, формулу (17) нужно дополнить выбором того состояния системы, в котором потенциальная энергия равна нулю.

Из формул (15)–(17) следует, что *потенциальная энергия силы тяжести* равна

$$E_{\text{пот}} = mgh,$$

где h отсчитывается от нулевого уровня, а *потенциальная энергия силы упругости* равна

$$E_{\text{пот}} = \frac{kx^2}{2},$$

где за ноль принята энергия недеформированного тела.

Замечание. Потенциальная энергия системы точек (например, твердого тела) в поле тяжести равна

$$E_{\text{пот}} = mgh_{\text{цм}},$$

где m — масса системы, а $h_{\text{цм}} = (m_1 h_1 + m_2 h_2 + \dots)/m$ — высота центра масс (центра тяжести), определяемая формулой (10).

► **Механическая энергия** системы тел определяется как сумма кинетической энергии системы и потенциальной энергии взаимодействия всех тел системы:

$$E_{\text{мех}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}}.$$

► **Закон сохранения механической энергии** утверждает, что *механическая энергия замкнутой консервативной системы сохраняется*:

$$\Delta E = 0; \quad E = E_{\text{пот}} + E_{\text{кин}} = \text{const}.$$

Действительно, согласно теореме о кинетической энергии $\Delta E_{\text{кин}} = A$, а из (17) имеем $\Delta E_{\text{пот}} = -A$. Под действием консервативных сил механическая энергия не переходит в другие виды энергии. Закон сохранения механической энергии является частным случаем общего закона сохранения энергии в любой замкнутой системе.

Замечание. В инерциальной системе отсчета, в которой Земля неподвижна, изменением ее кинетической энергии можно пренебречь. Поэтому Землю обычно не включают в систему, а потенциальную энергию взаимодействия тел с Землей называют *потенциальной энергией тел в поле тяжести Земли*. О понятии поля и о потенциальной энергии тел во внешнем поле подробнее говорится в разделе «Электростатика».

Рассмотрим два примера на закон сохранения энергии.

Пример 18. При *упругом ударе* шаров сохраняется как импульс системы (сумма внешних сил равна нулю), так и механическая энергия (система консервативна). Рассмотрим центральный удар шара массой m_1 о покоящийся шар массой m_2 :

$$\begin{cases} m_1 v_{1x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x}, \\ \frac{m_1 v_{1x}^2}{2} = \frac{m_1 u_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 u_{2x}^2}{2}, \end{cases}$$

где v_{1x} — скорость шара до удара, а u_{1x} , u_{2x} — скорости шаров после удара (в проекции на направление движения налетающего шара). Чтобы упростить эту систему уравнений, перенесем в левую часть каждого уравнения все члены с m_1 , и поделим второе уравнение на первое (при этом мы отбрасываем решение $u_{1x} = v_{1x}$, $u_{2x} = 0$, соответствующее отсутствию удара). Получим уравнение

$$v_{1x} + u_{1x} = u_{2x}.$$

Решая его совместно с уравнением сохранения импульса, находим конечные скорости шаров:

$$u_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1x}, \quad u_{2x} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1x}.$$

Видно, что если $m_1 > m_2$, то налетающий шар продолжает движение вперед, если $m_1 = m_2$, то он останавливается, если $m_1 < m_2$, то он отлетает назад.

Пример 19. Рассмотрим задачу о соскальзывании маленького тела с вершины гладкой горки, имеющей форму полусферы радиусом R . Найдем, как меняется давление груза на горку в зависимости от высоты h . Запишем второй закон Ньютона в проекции на радиус для момента времени, изображенного на рис. 18:

$$mg \cos \alpha - N = m \frac{v^2}{R},$$

где N — сила нормальной реакции опоры. Мы использовали тот факт, что при любом, как равномерном, так и

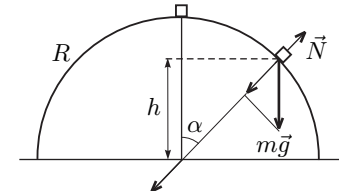


Рис. 18

неравномерном движении по окружности проекция ускорения на радиус (нормальное ускорение) равна v^2/R . Скорость выразим из закона сохранения энергии, приравняв механическую энергию в рассматриваемый момент к энергии в верхней точке:

$$mgR = \frac{mv^2}{2} + mgR \cos \alpha$$

(потенциальная энергия отсчитывается от центра сферы). Решая уравнения, находим

$$N = 3mg \left(\cos \alpha - \frac{2}{3} \right).$$

Видно, что при $\cos \alpha = 2/3$ сила давления обратится в нуль. Значит, в этот момент (на высоте $2R/3$) тело оторвется от поверхности горки и продолжит свободный полет по параболе.

► **Изменение механической энергии.** Изменение механической энергии под действием внешних сил и внутренних неконсервативных сил равно суммарной работе этих сил:

$$\Delta E = A_{\text{внеш}} + A_{\text{неконс}}. \quad (18)$$

Это уравнение называют *формулой для изменения механической энергии*. Аналогично тому, как формула (9) позволяет понять в каких случаях импульс системы сохраняется, так и формула (18) позволяет сделать следующий вывод: *механическая энергия сохраняется, если работа внешних и неконсервативных сил равна нулю*.

Формула (18) следует из теоремы о кинетической энергии (14):

$$\Delta E_{\text{кин}} = A_{\text{внеш}} + A_{\text{неконс}} + A_{\text{конс}}$$

и определения потенциальной энергии через работу консервативных сил (17):

$$\Delta E_{\text{пот}} = -A_{\text{конс}}.$$

Если в качестве неконсервативных сил выступают силы трения, полная работа которых над всеми телами системы отрицательна ($A_{\text{тр}} < 0$), то механическая энергия системы уменьшается, переходя во внутреннюю, тепловую энергию тел. Другой причиной нарушения закона сохранения механической энергии являются машины, совершающие работу за счет внутренней энергии (в том числе человек).

Если система тел является замкнутой, то работа неконсервативных сил приводит к изменению внутренней энергии тел системы. С учетом внутренней энергии закон сохранения энергии можно записать в виде

$$E_{\text{мех1}} = E_{\text{мех2}} + \Delta E_{\text{внутр}}.$$

Силы трения, сопротивления относятся к разряду *диссипативных*, т. е. их действие приводит к диссипации (потере) механической энергии за счет увеличения внутренней тепловой энергии. В этом случае $\Delta E_{\text{внутр}} > 0$, изменение внутренней энергии обозначают буквой Q и называют количеством выделившегося тепла (теплоты). Закон сохранения энергии можно записать в виде

$$E_{\text{мех1}} = E_{\text{мех2}} + Q.$$

Отметим, что если тепло выделяется за счет трения, то количество выделившегося тепла равно работе сил трения, взятой с обратным знаком (или по модулю): $Q = \Delta E_{\text{внутр}} = |A_{\text{тр}}|$.

Пример 20. Переход механической энергии во внутреннюю происходит и при абсолютно *неупругом ударе* тел. Вычислим потерю механической энергии при застревании пули массой m в деревянном бруске массой M . Скорость u пули с бруском после удара найдем из закона сохранения импульса,

$$mv = (m + M)u.$$

Механическая энергия в конечном состоянии,

$$E_2 = \frac{(m + M)u^2}{2} = \frac{m}{m + M} \frac{mv^2}{2},$$

меньше начальной энергии $E_1 = mv^2/2$. Увеличение внутренней, тепловой энергии равно убыли механической энергии:

$$Q = \Delta E_{\text{внутр}} = E_1 - E_2 = \frac{M}{m + M} \frac{mv^2}{2}.$$

Найденная убыль механической энергии равна модулю работы силы сопротивления при углублении пули: $Q = F_c s$. Измерив глубину проникновения пули s , можно вычислить величину силы сопротивления.

Если же в замкнутой системе происходят процессы, приводящие к превращению внутренней энергии тел в механическую (примеры: разрыв снаряда, адиабатическое расширение газа, работа двигателя внутреннего сгорания, работа человека и т. д.), то $\Delta E_{\text{внутр}} < 0$. Модуль этой величины называют *выделившейся энергией* и записывают закон сохранения энергии в виде

$$E_{\text{мех1}} + E_{\text{выд}} = E_{\text{мех2}}.$$

Пример 21. Вычислим, сколько внутренней (химической) энергии выделяется при разрыве снаряда массой m на два осколка массами m_1 и m_2 ($m_1 + m_2 = m$). Известны скорости осколков $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ и угол их разлета α (т. е. угол между $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$). Начальная

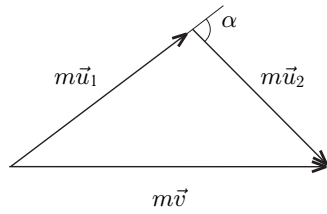


Рис. 19

механическая энергия равна $E_{\text{нач}} = mv^2/2$, где v – скорость снаряда до разрыва, конечная механическая энергия равна $E_{\text{кон}} = m_1 u_1^2/2 + m_2 u_2^2/2$. Начальную скорость снаряда найдем с помощью закона сохранения импульса: $m\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$. Применяя к векторному треугольнику (см. рис. 19) теорему косинусов, получим

$$(mv)^2 = (m_1 u_1)^2 + (m_2 u_2)^2 - 2(m_1 u_1)(m_2 u_2) \cos(\pi - \alpha).$$

Вычислив начальную и конечную энергии, выразим через них выделившуюся при разрыве энергию: $E_{\text{выд}} = E_{\text{кон}} - E_{\text{нач}}$. Увеличение механической энергии происходит в этом случае за счет внутренней химической энергии взрывного заряда. (Заметим, что массу этого заряда мы считали малой по сравнению с массой осколков, и его механической энергией мы пренебрегали.)

§ 4. Механика жидкостей и газов

Главное отличие жидкостей и газов от твердых тел заключается в их *текучести*, т. е. в способности течь, растекаться, легко изменять свою форму. Отметим различия между жидкостью и газом, существенные с точки зрения механики. Первое отличие — в плотности: у жидкостей она обычно во много раз больше, чем у газов. Но главное отличие жидкости от газа состоит в ее *несжимаемости*: легко изменяя форму, она сохраняет объем и плотность практически неизменными. Жидкость может занимать часть объема сосуда или находиться в открытом сосуде; в этих случаях мы видим четко выраженную границу между жидкостью и воздухом (ее называют свободной поверхностью жидкости). Напротив, газ не обладает фиксированной плотностью: помещенный в сосуд, он заполняет весь предоставленный ему объем. Это свойство газа иногда называют *летучестью*.

В дальнейшем мы для краткости будем говорить только о свойствах жидкостей, отмечая, где нужно, отличительные особенности газов.

Гидростатика изучает свойства жидкости в состоянии покоя, равновесия.

► **Текучесть жидкости и сила давления.** Рассмотрим силу, действующую со стороны жидкости в состоянии равновесия на плоский участок поверхности. Это может быть как поверхность постороннего тела (например, стенка сосуда), так и воображаемая

поверхность, отделяющая одну часть жидкости от другой. Оказывается, эта сила (ее называют *силой давления*) может быть направлена только по нормали к поверхности (т. е. перпендикулярно к ней). Отсутствие сил, направленных по касательной к поверхности, объясняется свойством текучести: такая сила вызвала бы движение одних слоев жидкости относительно других.

► **Давление.** Если разделить силу давления F_d на площадь плоского участка S , то мы получим *среднее давление* на данной поверхности:

$$p_{\text{ср}} = \frac{F_d}{S}.$$

Если уменьшать площадь участка, стягивая его к данной точке, то $p_{\text{ср}}$ стремится к определенному пределу, который называют *давлением в точке*, или просто *давлением*:

$$p = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{F_d}{S}.$$

В СИ давление выражают в *паскалях*: Па = Н/м².

► **Закон Паскаля.** При определении давления в точке мы использовали воображаемую плоскую поверхность, проходящую через эту точку. Но через данную точку жидкости можно провести множество различных плоскостей. Возникает вопрос: будем ли мы каждый раз, выбирая новую поверхность, получать новое значение давления в данной точке? Ответ дает *закон Паскаля*, который утверждает, что *давление в данной точке жидкости не зависит от ориентации площадки*. Поэтому можно говорить о давлении в точке и не оговаривать, о какой поверхности идет речь.

Закон Паскаля является следствием того факта, что сила давления перпендикулярна площадке, т. е. следствием *текучести* жидкости. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим два произвольных направления и выделим мысленно внутри жидкости маленькую равнобедренную призму, две равные грани которой перпендикулярны этим направлениям. (На рис. 20 оба выделенных направления лежат в плоскости чертежа.) Из условия равновесия этой «жидкой призмы» следует, что силы давления на боковые грани равны. Так как площади этих граней одинаковы, то из равенства сил следует равенство давлений.

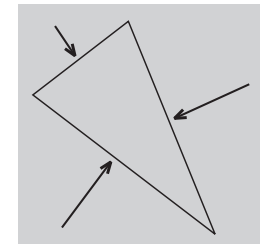


Рис. 20

Вопрос. Почему при исследовании равновесия призмы мы не учитывали силу тяжести?

Ответ. При уменьшении размеров призмы относительный вклад силы тяжести стремится к нулю. Например, при уменьшении всех размеров призмы в 2 раза силы давления уменьшатся в 4 раза, а сила тяжести — в 8 раз.

► **Равновесие жидкости в поле тяжести. Давление столба жидкости.** Из условия равновесия однородной жидкости в поле тяжести следуют два утверждения.

1. Давление жидкости во всех точках, лежащих на одной горизонтали, одинаково.

2. При увеличении глубины на h давление возрастает на величину ρgh (ρ — плотность жидкости).

Для доказательства выделим в объеме жидкости воображаемый тонкий цилиндр, соединяющий точки A и B (рис. 21 а, б).

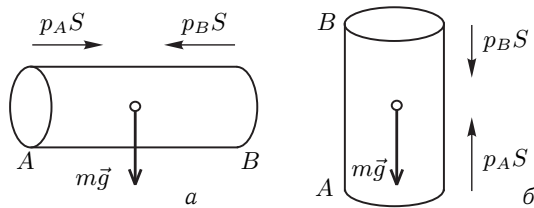


Рис. 21

Рассмотрим силы, действующие на этот цилиндр вдоль линии AB . Если точки A и B лежат на одной горизонтали (рис. 21 а), то таких сил только две: силы давления $p_A S$ и $p_B S$, приложенные к основаниям цилиндра. Из условия равновесия получаем $p_A S - p_B S = 0$, т. е. $p_A = p_B$. Если же цилиндр AB вертикален (рис. 21 б), то надо учитывать вклад силы тяжести, и условие равновесия принимает вид

$$p_A S - p_B S - mg = 0.$$

Так как плотность жидкости ρ постоянна, масса жидкости в цилиндре равна $m = \rho Sh$. Получаем

$$p_A - p_B = \rho gh. \quad (19)$$

Если давление на свободной поверхности жидкости равно p_0 , то для давления на глубине h имеем

$$p(h) = p_0 + \rho gh.$$

Давление p_0 называют *внешним давлением*, а член ρgh — *давлением столба жидкости*.

Если точки A и B находятся в разных частях сосуда, но в одной и той же жидкости, то формула (19) остается верной. Для доказательства достаточно соединить эти точки ломаной

линией, все отрезки которой проходят по жидкости. Если поле тяжести отсутствует (или его влиянием можно пренебречь), то давление во всех точках жидкости одинаково и равно внешнему давлению. Иногда именно это свойство жидкости — способность передавать давление без изменений во все точки — называют законом Паскаля.

Пример 22. Давление столба воды. Атмосферное давление составляет в среднем $p_0 \approx 10^5$ Па. Так как плотность воды $\rho_v \approx 10^3$ кг/м³, то такое же давление создается столбом воды высотой $H_0 \approx 10$ м. К примеру, на глубине 20 м давление воды в 3 раза больше атмосферного, что представляет немалые трудности для организма ныряльщика.

Линейная зависимость давления от глубины позволяет в некоторых случаях легко определить силу давления. Самый простой случай — прямоугольная площадка, расположенная вертикально или наклонно, две стороны которой горизонтальны. Если одна из этих сторон находится на глубине h_1 , а другая — на глубине h_2 , то среднее давление столба воды равно

$$p_{\text{ср}} = \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{\rho gh_1 + \rho gh_2}{2},$$

а сила давления равна $F = p_{\text{ср}} S$, где S — площадь рассматриваемой площадки. (Атмосферное давление обычно учитывать не надо, так как оно действует со всех сторон.) Например, сила давления на стенку аквариума шириной $l = 80$ см и высотой $h = 50$ см, доверху заполненного водой, равна $F = (\rho gh/2)lh \approx 980$ Н.

► **Миллиметр ртутного столба.** Миллиметр ртутного столба — внесистемная единица измерения давления, равная давлению столба ртути высотой 1 мм:

$$1 \text{ мм рт. ст.} \approx 13600 \text{ кг/м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \approx 133 \text{ Па}.$$

Давление p в мм рт. ст. численно равно высоте h (в мм) воображаемого столба ртути, давление которого ρgh равно p .

► **Гидравлический пресс.** Гидравлический пресс используется для значительного увеличения силы. Его устройство основано на следующих свойствах жидкости: а) способности передавать давление во все точки; б) несжимаемости; в) пропорциональности силы давления площади участка. Налитая в пресс жидкость взаимодействует с двумя поршнями: малым — площадью S_1 , к которому прикладывают силу F_1 , и большим — площадью S_2 ,

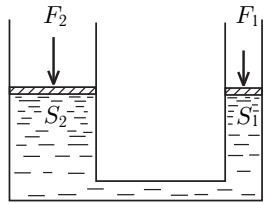


Рис. 22

с которого «снимают» силу F_2 (рис. 22). При расчете пресса считают, что давление столь велико, что членом ρgh можно пренебречь, т.е. давление p одинаково во всех точках жидкости. Получаем первую формулу для расчета пресса:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad (p = \text{const}).$$

Вторая формула, связывающая между собой перемещения поршней l_1 и l_2 , выражает условие идеальности пресса, т.е. отсутствие выигрыша или проигрыша в работе:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 \quad (A = \text{const}).$$

Условие идеальности пресса связано с условием несжимаемости жидкости. Действительно, поделив второе уравнение на первое, получим условие сохранения объема

$$S_1 l_1 = S_2 l_2 \quad (V = \text{const}).$$

Для решения задач можно выбирать любые два уравнения из трех.

► **Сообщающиеся сосуды.** *Сообщающиеся сосуды* содержат одну или несколько несмешивающихся жидкостей. Одна из жидкостей является «общей»: перемещаясь вдоль нее, можно попасть из одного сосуда в другой. Соотношение между уровнями этой жидкости в различных сосудах определяется условием ее равновесия в поле тяжести: в пределах общей жидкости давление на одном и том же уровне в различных сосудах одинаково. Рассмотрим несколько случаев.

1. Одна жидкость, одинаковое внешнее давление. В этом случае свободные поверхности жидкости находятся на одинаковом уровне. Это свойство используют для контроля уровня недоступной глазу поверхности (пример — бочка с квасом).

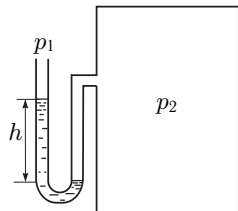


Рис. 23

2. Одна жидкость, различные внешние давления. Разность уровней h зависит от разности внешних давлений p_1 и p_2 (рис. 23). Приравняв давления на том уровне, где находится нижняя свободная поверхность (внешнее давление p_2), получаем $p_2 = p_1 + \rho gh$. Если одно из давлений известно, то, измеряя разность уровней, можно найти другое, неизвестное давление.

На этом принципе основано устройство жидкостного манометра, а также ртутного барометра — *трубки Торричелли*. (Манометром называют любой прибор для измерения давления жидкостей и газов. Барометр — прибор для измерения атмосферного давления.)

3. Две разные жидкости, одинаковые внешние давления.

Если поверх общей жидкости плотностью ρ_1 в один из сосудов налить жидкость плотностью ρ_2 ($\rho_2 < \rho_1$), высотой h_2 , то уровень общей жидкости в этом сосуде понизится на Δh_2 , а в другом повысится на Δh_1 (рис. 24). Чтобы найти образующуюся разность уровней нижней жидкости h_1 ($h_1 = \Delta h_1 + \Delta h_2$), приравняем давления в разных сосудах на том уровне, где находится граница между жидкостями:

$$p_0 + \rho_1 g h_1 = p_0 + \rho_2 g h_2, \quad \text{т.е.} \quad \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2.$$

Если сосуды имеют вертикальные стенки и известны площади их сечений S_1 и S_2 , то можно найти смещение уровней Δh_1 и Δh_2 . Для этого надо записать условие сохранения объема

$$\Delta h_1 S_1 = \Delta h_2 S_2$$

(из одного сосуда вытеснен объем $\Delta h_2 S_2$, в другом добавился объем $\Delta h_1 S_1$). Например, в U-образной трубке, где $S = \text{const}$, получаем $\Delta h_1 = \Delta h_2 = h_1/2$.

► **Атмосферное давление. Изменение давления с высотой.** Давление воздуха у поверхности Земли составляет $\approx 10^5$ Па. Хотя это давление довольно велико (сила давления на 1 см^2 равна $\approx 10 \text{ Н}$), обычно оно никак не проявляется, поскольку воздух действует на любой предмет со всех сторон.

Существование атмосферного давления было продемонстрировано в знаменитом опыте с магдебургскими полушариями (полушария было невозможно разъединить после того, как между ними откачали воздух) и в опыте Торричелли. Увеличивая высоту верхней, запаянной части трубки со ртутью (*трубка Торричелли*) над уровнем ртути в открытом сосуде, он наблюдал появление над ртутью в трубке безвоздушного промежутка (рис. 25). Давление в этом промежутке можно

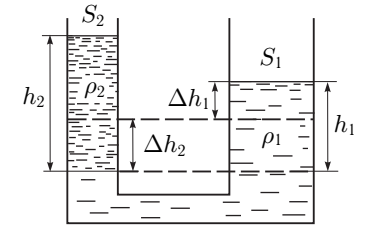


Рис. 24

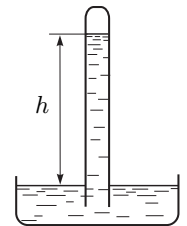


Рис. 25

считать равным нулю (давление паров ртути ничтожно мало). По правилам сообщающихся сосудов давление столба ртути ρgh равно атмосферному давлению, т.е. высота столба h дает значение $p_{\text{атм}}$, выраженное в мм рт. ст. (730–780 мм рт. ст.; за внесистемную единицу *атмосфера* (атм) принято давление 760 мм рт. ст.).

Так же как и в случае жидкости, *давление воздуха изменяется с высотой* таким образом, чтобы обеспечить равновесие воздушного столба в поле тяжести. Для небольших высот, пока плотность воздуха почти постоянна, можно пользоваться формулой $p(h) = p_0 - \rho gh$. Плотность воздуха у поверхности Земли $\approx 1,2 \text{ кг/м}^3$, значит на высоте 100 м давление уменьшается на $\approx 1,2\%$. Если бы плотность воздуха не менялась, то высота атмосферы составила бы $\approx 8 \text{ км}$. Однако газ не обладает свойством несжимаемости — с уменьшением давления уменьшается и плотность воздуха. При удалении от Земли как давление, так и плотность плавно стремятся к нулю. Четкой границы у атмосферы нет, и хотя на высоте 30–40 км давление воздуха становится во много раз меньше, чем у поверхности Земли, в разреженных слоях атмосферы (простирающихся до 1000 км!) происходит немало важных физических процессов (например, поглощение жесткого ультрафиолетового излучения в озоновом слое).

► **Закон Архимеда.** На тело, погруженное (полностью или частично) в жидкость (или газ), действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и численно равная весу жидкости (или газа) в вытесненном телом объеме. *Выталкивающая сила (сила Архимеда)* есть результирующая всех сил давления, действующих на тело со стороны жидкости. Хотя на полностью погруженное тело жидкость действует со всех сторон, результирующая сил давления не обращается в нуль. Причина состоит в том, что в поле тяжести давление жидкости возрастает с глубиной, и силы давления, направленные вверх, оказываются больше, чем направленные вниз.

Так как зависимость давления от глубины нам известна, можно было бы рассчитать результирующую всех сил давления (т.е. доказать закон Архимеда прямым расчетом). Однако такой расчет был бы простым только для тела призматической формы (с горизонтальными основаниями). Воспользуемся иным методом: вместо погруженной части тела рассмотрим мысленно объем жидкости точно такой же формы (рис. 26). На него действуют две силы — сила Архимеда и сила тяжести, причем сила Архимеда, действующая на объем жидкости, равна

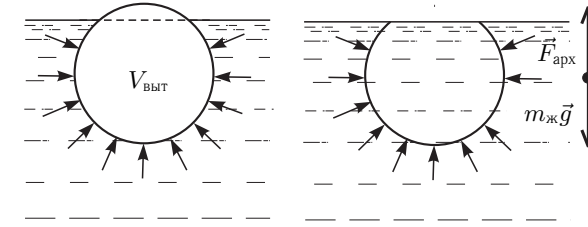


Рис. 26

силе Архимеда, действующей на тело. Но выделенный объем жидкости находится в равновесии. Значит, сила Архимеда равна силе тяжести, действующей на жидкость в вытесненном объеме:

$$F_{\text{арх}} = \rho_{\text{ж}} V_{\text{выт}} g. \quad (20)$$

Вопрос. Чему равна выталкивающая сила, действующая на тело, помещенное на границе двух несмешивающихся жидкостей с разными плотностями?

Ответ. Надо мысленно разделить тело на две части по границе раздела жидкостей, по формуле (20) вычислить выталкивающую силу, действующую на каждую часть в соответствующей жидкости, и сложить эти силы:

$$F_{\text{арх}} = \rho_{\text{ж1}} V_{\text{выт1}} g + \rho_{\text{ж2}} V_{\text{выт2}} g.$$

Этот ответ может вызвать сомнения, так как, например, результирующая сил давления со стороны верхней жидкости направлена не вверх, а вниз. Действительно, этот ответ верен не для каждой из двух сил по отдельности, а для их результирующей. В этом легко убедиться, рассмотрев вместо погруженного тела воображаемый объем на границе жидкостей, который находится в равновесии.

Вопрос. Нарушится ли равновесие весов, на одной чаше которых стоит сосуд с водой, если в воду погрузить подвешенное на ниточке тело так, чтобы оно не касалось стенок и дна сосуда?

Ответ. Эта чаша весов опустится, так как по третьему закону Ньютона на воду со стороны погруженного тела будет действовать такая же по величине сила, как $F_{\text{арх}}$ (20), но направленная вниз.

Замечание. Закон Архимеда может оказаться неприменимым в том случае, если жидкость не имеет доступа ко всей поверхности погруженной части тела. Например, плотно прижатый к гладкому дну сосуда деревянный брусок не будет всплывать до тех пор, пока в пространство между ним и дном сосуда не проникнет вода.

► **Вес тела, погруженного в жидкость.** Если тело подвесить на динамометре и погрузить в жидкость, то показание динамометра уменьшится на величину, равную силе Архимеда. Результат такого измерения называют весом погруженного в жидкость тела:

$$P_{\text{погр}} = mg - F_{\text{арх}},$$

где m — масса тела.

Пример 23. Знаменитый пример применения закона Архимеда самим автором — легенда о том, как Архимед по просьбе царя Сиракуз определил содержание золота в короне, сделанной из золота и серебра. Для этого он взвесил корону дважды — в воздухе и после погружения в воду — и получил систему уравнений для m_z и m_c :

$$\begin{cases} P = (m_z + m_c)g, \\ \Delta P = \left(\frac{m_z}{\rho_z} + \frac{m_c}{\rho_c}\right)\rho_v g, \end{cases}$$

где ΔP — уменьшение веса при погружении в воду, равное выталкивающей силе. Отметим, что при использовании рычажных весов удобно взвешивать не корону, погруженную в воду, а ту воду, которую корона вытеснит из наполненного до краев сосуда, — ее вес как раз равен выталкивающей силе.

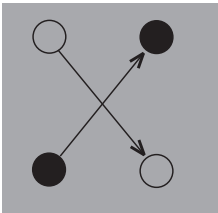


Рис. 27

Пример 24. Выясним, как меняется энергия системы при изменении положения тела в жидкости. Рассмотрим медленный подъем камня массой m и объемом V со дна на поверхность. При перемещении на расстояние h внешняя сила совершает работу

$$A = Fh = (mg - F_{\text{арх}})h = mgh - (\rho_v V)gh.$$

Однако увеличение потенциальной энергии камня равно mgh . Откуда же берется второй член?

Он соответствует уменьшению потенциальной энергии воды. Дело в том, что в том объеме, который занимает тело, вода отсутствует. Значит, при перемещении тела из нижнего положения в верхнее вода в объеме, равном объему тела, как бы перемещается вниз (рис. 27), из верхнего положения в нижнее.

► **Условие плавания тел на поверхности жидкости.** Плавающее тело находится в равновесии под действием двух сил: силы тяжести mg и силы Архимеда, $F_{\text{арх}} = \rho_v g V_{\text{выт}}$. Вытесненный телом объем — это объем погруженной его части, т. е. условие плавания имеет вид

$$mg = \rho_v V_{\text{погр}} g, \quad \text{или} \quad m = \rho_v V_{\text{погр}}.$$

Масса однородного тела с плотностью ρ равна ρV (V — объем

тела), и условие плавания принимает вид

$$\frac{V_{\text{погр}}}{V} = \frac{\rho}{\rho_v},$$

т. е. плотность тела должна быть меньше плотности жидкости (иначе тело утонет). Например, плотность льда составляет 0,9 плотности воды, из чего следует, что 90% объема айсберга скрыто под водой.

Пример 25. Выясним, на сколько изменится уровень воды в цилиндрическом сосуде площадью S при помещении в него плавающего тела массой m . Объем части сосуда, расположенной ниже уровня воды, увеличился, с одной стороны, на $S\Delta h$, а с другой — на объем погруженной части тела: $S\Delta h = V_{\text{погр}}$. Выразая $V_{\text{погр}}$ из условия плавания тела, $V_{\text{погр}} = m/\rho_v$, найдем изменение уровня воды $\Delta h = m/\rho_v S$. Полезно получить этот же результат другим способом, рассмотрев равновесие всего содержимого сосуда под действием силы тяжести и сил давления. Сила тяжести возросла на mg (масса воды не изменилась), а сила давления со стороны дна возросла на $\Delta p S = \rho_v g \Delta h S$. Так как равновесие не нарушилось, то $mg = \rho_v g \Delta h S$, откуда находим Δh .

Вопрос. В сосуде с водой плавает кусок льда. Изменится ли уровень воды, если лед растает?

Ответ. Нет, не изменится. Вода, получившаяся из льда, займет такой же объем, какой занимала погруженная часть льда.

► **Элементы гидродинамики.** Описание движущейся жидкости представляет собой значительно более трудную задачу. Жидкость обладает вязкостью, и поэтому между слоями жидкости и между жидкостью и стенками действуют силы внутреннего трения, или силы вязкости. Если при малых скоростях течение носит *ламинарный* характер, т. е. слои жидкости движутся не перемешиваясь друг с другом, то при увеличении скорости наступает сложный *турбулентный* режим течения, характеризующийся хаотическим движением жидкости и непрерывным перемешиванием слоев. Мы отвлечемся от этих трудностей и рассмотрим ламинарное течение абсолютно несжимаемой идеальной жидкости (в которой полностью отсутствуют силы трения). В каждой точке такой жидкости определено давление, не зависящее от ориентации площадки.

► **Движение жидкости по трубам.** При движении жидкости по трубе переменного сечения скорость жидкости меняется вдоль трубы, так как через любое поперечное сечение за одно и то же время Δt проходит одинаковый объем жидкости $\Delta V = S\Delta x = Sv\Delta t$. Значит, скорости жидкости в разных сечениях трубы

связаны соотношением, которое называют *уравнением неразрывности*:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

► **Зависимость давления жидкости от скорости течения.**

Итак, при сужении трубы скорость течения возрастает. Оказывается, при возрастании скорости жидкости ее давление уменьшается (см. рис. 29; чем меньше давление, тем меньше высота жидкости в манометрической трубке). Рассмотрим объем жидкости, находящийся в некоторый момент времени между

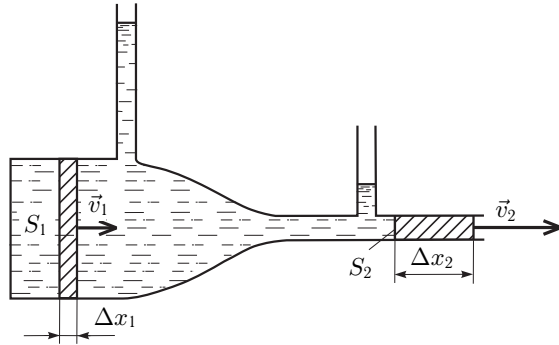


Рис. 28

сечениями S_1 и S_2 . Пусть за малый промежуток времени произошло перемещение задней границы на Δx_1 , а передней на Δx_2 . Так как жидкость идеальная, т. е. потерь на трение нет, то работа сил давления равна изменению кинетической энергии ΔE этого объема жидкости. При подсчете ΔE достаточно заменить объем $\Delta V = \Delta x_1 S_1$, находившийся у задней границы, на такой же объем $\Delta x_2 S_2$, примыкающий к передней границе. Получаем

$$(p_1 S_1) \Delta x_1 - (p_2 S_2) \Delta x_2 = \frac{(\rho \Delta V) v_2^2}{2} - \frac{(\rho \Delta V) v_1^2}{2}.$$

Сокращая на ΔV , получаем уравнение, выражающее связь между давлением жидкости и скоростью ее течения:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Если участки трубы находятся на разной высоте, то надо учесть изменение потенциальной энергии рассматриваемого объема жидкости. Получим *уравнение Бернулли*

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}.$$

Пример 26. Если в стенке широкого сосуда на глубине h сделать маленькое отверстие, то скорость истечения жидкости будет определяться выражением

$$v_2 = \sqrt{2gh}.$$

В самом деле, давления на поверхности жидкости и в струе равны атмосферному давлению, а скорость v_1 , с которой опускается уровень жидкости, пренебрежимо мала. Уравнение Бернулли приобретает вид

$$p_{\text{атм}} + \rho gh = p_{\text{атм}} + \frac{\rho v^2}{2}.$$

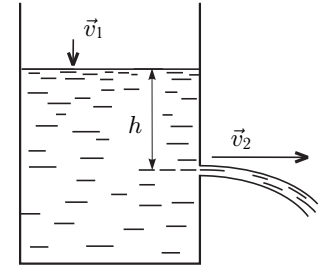


Рис. 29

В случае вязкой жидкости давление вдоль горизонтальной трубы постоянного сечения не остается постоянным, так как для поддержания постоянной скорости необходима разность сил давления, компенсирующая силу трения жидкости о стенки трубы.

Глава 2

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

§ 1. Молекулярная физика

► **Основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ):**

- 1) все тела в природе состоят из молекул (атомов);
- 2) молекулы находятся в непрерывном хаотическом (беспорядочном) движении;
- 3) молекулы взаимодействуют между собой.

► **Опытное обоснование молекулярно-кинетической теории.** Наиболее яркими и прямыми подтверждениями основных положений МКТ можно считать броуновское движение и диффузию.

Броуновское движение. Броуновское движение — это хаотическое движение микроскопических частиц в жидкости. Оно было открыто английским ботаником Р. Броуном, наблюдавшим в микроскоп движение спор в капле воды, а объяснено А. Эйнштейном, доказавшим, что такое движение происходит из-за ударов молекул воды о частицу (спору).

Число случайных ударов молекул о частицу с разных сторон оказывается неодинаковым, что приводит к возникновению равнодействующей силы, направление которой хаотически меняется. Частица становится, наравне с молекулами, участницей теплового движения, средняя скорость которого тем больше, чем меньше ее масса.

► **Диффузия.** Диффузия — это движение частиц одного вещества в другом (неподвижном) веществе. Вследствие хаотического теплового движения молекулы перемещаются в разных

направлениях, но от области с большей концентрацией в сторону области с меньшей концентрацией движется в среднем больше молекул, чем в обратном направлении. Это приводит к постепенному выравниванию концентраций. Отметим, что диффузия — это выравнивание концентраций молекул только за счет их хаотического движения, в отсутствие движения вещества как целого (в отсутствие потоков вещества, в том числе конвективных). Диффузия может наблюдаться во всех видах вещества: в газах, жидкостях и в твердых телах.

Диффузия в твердых телах происходит чрезвычайно медленно: если плотно прижать две пластинки различных металлов друг к другу, то лишь через много дней или даже недель удастся обнаружить проникновение «чужих» молекул на глубину, большую по сравнению с межмолекулярным расстоянием.

Диффузия в жидкостях происходит заметно быстрее: если растворить в стакане чая кусок сахара и не перемешивать, то через 1–2 дня остывший чай станет равномерно сладким. Если поместить на дно стакана с прозрачной жидкостью небольшое количество растворимого красящего вещества, то за такое же время жидкость равномерно окрасится. Во втором примере можно следить, чтобы отсутствовало случайное перемешивание слоев жидкости.

Диффузия в газах происходит гораздо быстрее, чем в жидкостях и твердых телах. Однако несмотря на то, что молекулы в газе между соударениями движутся свободно и с большими скоростями (несколько сот метров в секунду при комнатной температуре), диффузия происходит не так быстро, как интуитивно ожидается.

Действительно, если впрыснуть в *пустой* сосуд небольшое количество газа, то он за доли секунды распространится по всему объему. Но столь же быстрый процесс диффузии в сосуде, уже заполненном газом, будет наблюдаться только в случае очень разреженного газа, когда длина свободного пробега молекул сравнима с размерами сосуда. При нормальных условиях диффузия (например, распространение запаха духов в *неподвижном* воздухе) происходит со скоростью не больше нескольких миллиметров в минуту. Когда мы быстро ощущаем запах косметики, то это определяется не процессом диффузии, а движением и перемешиванием слоев воздуха. Наблюдать диффузию, т.е. обеспечить отсутствие перемешивания слоев газа, удастся не в быту, а в специально поставленных экспериментах.

Существенное отличие скорости процесса диффузии в газах, жидкостях и твердых телах объясняется различием их строения и характера теплового движения их молекул.

► Особенности строения и теплового движения молекул газов, жидкостей и твердых тел.

В газах расстояние между молекулами и длина свободного пробега от одного столкновения до другого во много раз превышают размер молекул. Поэтому молекулы газа быстро заполняют весь предоставленный объем.

В твердых телах межмолекулярные силы удерживают молекулы (атомы) вблизи положений равновесия (узлов кристаллической решетки), и именно поэтому твердые тела сохраняют свою форму. Хаотическое движение молекул представляет собой беспорядочные колебания вокруг этих положений. И лишь изредка, после особенно сильных соударений с «соседями», молекула может покинуть узел кристаллической решетки и занять новое место.

Жидкости занимают промежуточное положение между газами и твердыми телами. Молекулы здесь упакованы почти так же плотно, как и в твердых телах, и удерживаются межмолекулярными силами. Но кристаллической решетки, объединяющей все молекулы, в жидкости не образуется. В каждый момент времени жидкость можно представить как совокупность слабо связанных между собой микроскопических кристаллов, похожих на песчинки в детском ведре. Однако через очень короткое время (порядка 10^{-9} с) эти кристаллы разрушаются и образуются новые, в результате чего молекула попадает в новый микрокристалл-песчинку и оказывается связанной с новыми соседями. Благодаря столь быстрому изменению структуры жидкость способна течь и принимать форму сосуда, в который она помещена, сохраняя при этом (вследствие плотной упаковки молекул) свои плотность и объем. (Плотность жидкости зависит от давления и температуры.)

► **Взаимодействие молекул.** Взаимодействие молекул осуществляется силами притяжения и отталкивания, зависящими от расстояния между молекулами. Сопротивление твердых тел изменению их формы, несжимаемость и поверхностное натяжение жидкостей обусловлены межмолекулярными силами. Зависимость результирующей силы F и энергии U межмолекулярного взаимодействия от расстояния между молекулами r показана на рис. 30, где r_0 — расстояние между молекулами, на котором сила их взаимодействия равна нулю, а U_0 — энергия взаимодействия молекул, т.е. работа, которую нужно совершить, чтобы разорвать межмолекулярную связь. При малых значениях r ($r < r_0$)

силы отталкивания превышают силы притяжения. С этим связано сопротивление твердых тел и жидкостей сжатию. При увеличении r ($r > r_0$) силы притяжения становятся больше сил отталкивания. Силы межмолекулярного притяжения обуславливают поверхностное натяжение жидкостей и сопротивление твердых тел растяжению. Наконец, дальнейшее увеличение r ($r \gg r_0$) приводит к исчезновению и притяжения, и отталкивания.

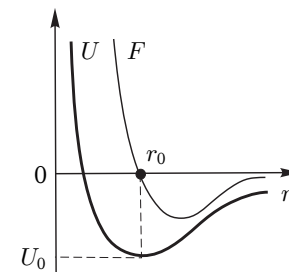


Рис. 30

► **Размеры атомов и молекул.** Размер атомов, т.е. расстояние r_0 , на котором существенно возрастает отталкивание между ними, составляет для всех веществ величину порядка 1 ангстрема ($1 \text{ \AA} = 10^{-10}$ м). Размеры молекул колеблются от $1 \text{ \AA}$ для одноатомных веществ до 1 мкм (10^{-6} м) для гигантских биомолекул (ДНК, РНК, некоторые белки).

► **Расстояния между атомами (молекулами).** Среднее расстояние a между атомами можно оценить, зная концентрацию атомов $n = N/V$. Средний объем, приходящийся на один атом, равен $V/N \sim a^3$, поэтому $a \sim n^{1/3}$. Для жидких и твердых тел среднее расстояние a между атомами сравнимо с их размером r_0 ($a \sim r_0$), для разреженных газов $a \gg r_0$.

Пример 1. Оценим среднее расстояние между атомами углерода в алмазе и среднее расстояние между молекулами идеального газа при нормальных условиях ($p = 1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Па}$, $T = 273 \text{ К}$). В первом случае концентрация равна $n = \rho/m_0$, где $\rho = 3,5 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ — плотность алмаза, $m_0 = M/N_A$ — масса атома углерода ($M = 12 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ — молярная масса углерода). Получаем $a \approx 2 \cdot 10^{-10}$ м. Во втором случае n можно найти из уравнения состояния идеального газа в форме Больцмана (уравнение (5)): $n = p/kT$ ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ — постоянная Больцмана). Получим $a \sim 6 \cdot 10^{-9}$ м. Видно, что газы при нормальных условиях не очень разрежены (среднее расстояние между молекулами всего примерно в 10 раз превышает их размер).

► **Количество вещества.** Количество вещества, т.е. величину, пропорциональную числу молекул, измеряют в молях. Моль — это количество вещества, в котором содержится столько же атомов или молекул, сколько атомов углерода содержится в 0,012 кг углерода ^{12}C . Число молекул в 1 моле N_A называют постоянной Авогадро, $N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. Количество

вещества или число молей ν , содержащихся в данной массе вещества m , можно найти по формуле

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}, \quad (1)$$

где N — число молекул вещества, а M (прописная греческая «мю») — *молярная масса*, т. е. масса 1 моля вещества. Молярная масса, выраженная в граммах, равна относительной молекулярной массе молекулы вещества, которую можно определить по таблице Менделеева.

Пример 2. Масштабы чисел, определяющих число молекул, можно продемонстрировать на следующем примере. Представьте, что вы вылили в океан стакан ($m = 200$ г) меченой воды, дождалось, пока меченые молекулы разойдутся равномерно по всему Мировому океану, и зачерпнули воды этим же стаканом. Оценим, сколько меченых молекул попадет в стакан. Число меченых молекул воды в стакане равно $N = N_A m / M_B \sim 7 \cdot 10^{24}$ (молярная масса воды $M_B = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль). Для оценки объема воды в океане будем считать, что он заполняет всю поверхность Земли слоем толщиной $h = 5$ км: $V = 4\pi R_3^2 \cdot h$. В стакан попадет такая часть от числа меченых молекул, какую объем стакана $v = m/\rho_B$ составляет от объема океана: $v/V \sim 8 \cdot 10^{-23}$. Получаем, что в стакан попадет примерно 500 молекул.

► **Идеальный газ.** *Идеальный газ* — это газ, в котором энергией взаимодействием молекул можно пренебречь. Это значит, что мы пренебрегаем притяжением молекул на больших расстояниях и учитываем только отталкивание на малых расстояниях ($r < r_0$), проявляющееся при столкновениях молекул. При достаточном разрежении все газы хорошо описываются этой моделью.

► **Основное уравнение МКТ.** Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов связывает давление газа p с характеристиками хаотического движения молекул:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 (v^2)_{\text{ср}} = \frac{2nE_{\text{ср}}}{3}, \quad (2)$$

где n — концентрация молекул, $(v^2)_{\text{ср}}$ — средний квадрат скорости молекул, $E_{\text{ср}} = m_0 (v^2)_{\text{ср}} / 2$ — средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

По определению $p = F/S$, где F — сила, действующая со стороны молекул газа на стенку сосуда площадью S . Будем считать, что сосуд имеет форму куба с ребром a . Найдем сначала F_1 — вклад в среднюю силу давления от одной молекулы, предполагая, что она движется

свободно между стенками сосуда, не сталкиваясь с другими молекулами. По второму закону Ньютона (в проекции на ось x , перпендикулярную стенке)

$$F_1 = Z \frac{|\Delta(p_x)|}{\Delta t}.$$

Здесь $|\Delta(p_x)| = 2m_0|v_x|$ — изменение нормальной проекции импульса молекулы при ударе о стенку, m_0 — масса молекулы, $|v_x|$ — модуль проекции ее скорости на нормаль к поверхности, Z — число соударений молекулы со стенкой за время Δt . Число Z можно подсчитать по формуле: $Z = |v_x| \Delta t / 2a$, так как движение до противоположной стенки и обратно (т. е. время между соударениями) составляет $2a/|v_x|$. Получаем:

$$F_1 = \frac{m_0 v_x^2}{a}.$$

Суммируя по всем N молекулам, находим:

$$F = \frac{m_0}{a} (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots + v_{xN}^2),$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m_0}{V} (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots + v_{xN}^2),$$

где $V = Sa = a^3$ — объем сосуда. Подставляя $V = N/n$, где n — концентрация молекул, и учитывая, что, по определению среднего,

$$\frac{v_{x1}^2 + \dots + v_{xN}^2}{N} = (v_x^2)_{\text{ср}},$$

имеем: $p = n m_0 (v_x^2)_{\text{ср}}$. Так как все направления в пространстве равноправны (движение хаотическое!), то $(v_x^2)_{\text{ср}} = (v_y^2)_{\text{ср}} = (v_z^2)_{\text{ср}}$. С учетом равенства $(v_x^2)_{\text{ср}} + (v_y^2)_{\text{ср}} + (v_z^2)_{\text{ср}} = (v^2)_{\text{ср}}$ имеем $(v_x^2)_{\text{ср}} = (v^2)_{\text{ср}} / 3$. Получаем основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов (2).

► **Температура.** Если два тела находятся в контакте друг с другом и изолированы от других тел, то молекулы одного тела соударяются с молекулами другого, в результате чего происходит передача импульса и энергии их хаотического движения. При этом более нагретое тело остывает, а более холодное — нагревается. Если этот процесс продолжается достаточно долго, то устанавливается *тепловое равновесие* и дальнейшего остывания и нагревания тел не происходит. Величина, характеризующая тепловое равновесие, называется *температурой*. Во всех частях системы, находящейся в состоянии теплового равновесия, температура одинаковая. В отсутствие равновесия энергия переходит от тела с более высокой к телу с более низкой температурой.

Температуру измеряют *термометрами*. Действие жидкостных (ртутных, спиртовых) термометров основано на тепловом расширении жидкостей при нагревании. Если за 0°C принята температура таяния льда, а за 100°C — температура кипения воды при нормальных условиях, то такая шкала температуры называется *шкалой Цельсия*.

Из *молекулярно-кинетической теории* следует, что значения средней кинетической энергии $E_{\text{ср}}$ поступательного движения молекул идеальных газов, находящихся в состоянии теплового равновесия, равны. (Вывод этого утверждения выходит за рамки школьной физики.) Поэтому можно определить температуру T идеального газа как величину, пропорциональную средней кинетической энергии поступательного движения молекул $E_{\text{ср}}$. В МКТ идеальных газов *температуру по шкале Кельвина* определяют по формуле

$$E_{\text{ср}} = \frac{3}{2} kT, \quad (3)$$

где величина $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К называется *постоянной Больцмана*; k — это переводной коэффициент в СИ между единицами механической энергии (джоуль) и температуры (*кельвин* — 1 К). Единица температуры выбрана таким образом, что $1\text{ К} = 1^\circ\text{C}$ ¹⁾. Между температурными *шкалами Кельвина* и *Цельсия* существует простая связь: $T \approx t + 273$, где T и t — температуры по шкале Кельвина и Цельсия соответственно. Температуру T , измеренную по шкале Кельвина, называют также *термодинамической (абсолютной) температурой*.

Абсолютную температуру других тел (не идеальных газов) можно измерять, приводя их в равновесие с идеальными газами (т.е. использовать газовые термометры). Однако любой газ остается идеальным только в определенном диапазоне температур. Для общего определения абсолютной температуры используют термодинамические соотношения, основанные на втором законе термодинамики. Можно отметить, что кинетическая энергия хаотического движения любых тел монотонно возрастает с ростом температуры.

Опыт показывает, что абсолютная температура может принимать только положительные значения, — *абсолютный нуль температуры* $T = 0$ ($\approx -273^\circ\text{C}$ по шкале Цельсия) недостижим, хотя к нему можно приблизиться как угодно близко. В настоящее

¹⁾ Кельвин определяется как $1/273,16$ часть температуры тройной точки воды (где находятся в равновесии лед, вода и пар).

время в низкотемпературных экспериментах удается достичь значений в десятые и даже сотые доли градуса Кельвина (рекордное значение, зафиксированное в книге рекордов Гиннеса, равняется $28 \cdot 10^{-11}$ К).

С точки зрения кинетической теории газов, абсолютный нуль температуры соответствует состоянию, в котором отсутствует движение молекул (см. определение (3)). Однако при низких температурах классическая модель идеального газа не действует (решающую роль начинают играть квантовые эффекты) и необходимо использовать более общее определение температуры. С точки зрения квантовой теории, движение частиц может сохраняться и при $T \rightarrow 0$. Например, электроны в металлах не могут находиться в одинаковых квантовых состояниях (принцип запрета Паули). Они вынуждены занимать множество различных состояний с разными энергиями, и даже при $T = 0$ скорости электронов достигают 10^7 м/с.

► **Средняя скорость теплового движения.** Среднюю (точнее, среднюю квадратичную) *скорость теплового движения молекул* $v_{\text{кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle_{\text{ср}}}$ можно выразить через давление и плотность газа, пользуясь формулой (2) (с учетом тождества $m_0 n = \rho$), или через температуру газа с помощью формулы (3):

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}, \quad \text{или} \quad v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{2E_{\text{ср}}}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (4)$$

Последнюю формулу можно привести к более удобному виду, если выразить массу молекулы $m_0 = M/N_A$ и обозначить $R = kN_A$ ($R \approx 8,31$ Дж/(К·моль) называют *универсальной газовой постоянной*):

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kN_A T}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Например, для молекул водорода ($M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) при комнатной температуре ($T = 300$ К) получаем $v_{\text{кв}} \approx 1900$ м/с. Для молекул кислорода ($M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) $v_{\text{кв}} \approx 500$ м/с.

► **Уравнение состояния идеального газа.** Равновесное состояние любого однородного тела характеризуется рядом параметров (p , V , T и др.). Эти так называемые *термодинамические параметры* не являются независимыми — их связывает *уравнение состояния*. Уравнение состояния может иметь очень сложный вид, и его получение для реальных веществ

является важной задачей молекулярной физики. Уравнение состояния идеального газа можно вывести из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа (2) и определения температуры (3):

$$p = nkT = \frac{N}{V} kT \quad (5)$$

(уравнение состояния в форме Больцмана). Подставляя сюда $k = R/N_A$ и учитывая, что $N/N_A = m/M$ (см. уравнение (1)), получаем уравнение состояния в форме Менделеева–Клапейрона (или просто уравнение Менделеева–Клапейрона):

$$pV = \frac{m}{M} RT. \quad (6)$$

Отношение m/V представляет собой плотность газа ρ , поэтому

$$p = \frac{\rho}{M} RT.$$

При решении некоторых задач такая запись уравнения состояния идеального газа оказывается более удобной.

Замечание. Уравнения (5) и (6) выполняются с тем большей точностью, чем более газ разрежен (чем меньше концентрация n его молекул). Отметим, что даже при нормальных условиях ($p = 1$ атм, $T = 273$ К), когда среднее расстояние между молекулами газа всего на порядок (в 10 раз) превышает размер молекул (см. Пример 1), уравнение (6) для многих газов выполняется с точностью до долей процента. Дело в том, отклонение от уравнения (6) определяется не отношением $r_0/a \sim 10^{-1}$, а относительным объемом молекул $(r_0/a)^3 \sim 10^{-3}$.

Отметим также, что уравнения (5) и (6) оказываются не верны при очень высоких температурах (когда происходит ионизация атомов) и при очень низких температурах (когда существенное влияние оказывают квантовые эффекты).

Пример 3. Вычислим массу воздуха в комнате площадью $S = 20$ м² и высотой $h = 3$ м при $t = 20$ °С и давлении $p = 10^5$ Па. Из уравнения (6) получаем

$$m = \frac{pVM}{RT} \approx 70 \text{ кг}$$

(мы учли, что эффективная молярная масса воздуха равна ≈ 29 г/моль). Видно, что если давление остается постоянным (равным внешнему давлению), то при включении отопления масса воздуха в комнате уменьшается (воздух уходит).

С помощью уравнения состояния (6) для данной массы газа m любую из трех величин T , p , V можно выразить через две

остальные. Поэтому состояние газа можно изобразить точкой на координатной плоскости p , V . (Вместо координат p , V можно использовать и другие пары: p , T или V , T .) Любой равновесный процесс, происходящий с газом, представляется на такой плоскости в виде линии. Среди различных газовых процессов можно выделить такие, в которых одна из величин T , p или V поддерживается постоянной.

Изотермическими называются процессы, в которых температура постоянна: $T = \text{const}$. Для таких процессов из уравнения состояния следует закон Бойля–Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

где индексы 1 и 2 относятся к начальному и конечному состояниям газа.

При **изохорных** процессах постоянным поддерживается объем газа: $V = \text{const}$. В этом случае уравнение состояния выражает закон Шарля:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

В **изобарных** процессах постоянно давление: $p = \text{const}$. Из уравнения состояния при этом следует закон Гей–Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Графики изотермических, изохорных и изобарных процессов в различных координатах показаны на рис. 31. На p , V -плоскости изотермические процессы представляются гиперболами.

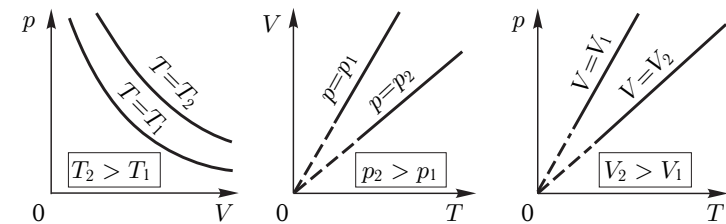


Рис. 31

Чем больше температура, тем дальше отстоит гипербола — «изотерма» — от начала координат. В координатах V , T изобарные процессы представляются отрезками прямых, проходящих через

начало координат. Аналогично выглядят графики изохорных процессов в координатах p, T .

► **Объединенный газовый закон.** Как следует из уравнения состояния (6), при любых изменениях состояния данной массы газа t выполняется *объединенный газовый закон (уравнение Клапейрона)*:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}. \quad (7)$$

Пример 4. Давление газа в вертикальном цилиндре площадью основания S с подвижным поршнем массой $m_{\text{п}}$ (рис. 32) можно найти из условия механического равновесия поршня:

$$pS = p_{\text{атм}}S + m_{\text{п}}g, \quad \text{или} \quad p = p_{\text{атм}} + \frac{m_{\text{п}}g}{S}.$$

Видно, что можно изменять давление газа, меняя массу поршня (например, помещая на него грузы). Предположим, что мы увеличили абсолютную температуру газа на 10%. Так как давление газа не меняется, то объем газа также увеличится на 10%. Вычислим, груз какой массы t надо теперь положить на поршень, чтобы объем газа стал на 1% меньше первоначального. Запишем уравнение Клапейрона (формула (7)) для начального и конечного состояний газа:

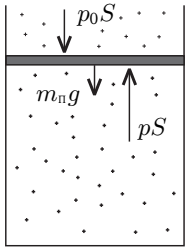


Рис. 32

$$\frac{p'(0,99V)}{1,1T} = \frac{pV}{T},$$

т. е. конечное давление равно $p' = (10/9)p$. Увеличение давления на поршень снизу должно быть уравновешено силой тяжести груза:

$$mg = (p' - p)S = \frac{1}{9}pS = \frac{1}{9}(p_{\text{атм}}S + m_{\text{п}}g).$$

Например, при $S = 10 \text{ см}^2$, $m_{\text{п}} = 1 \text{ кг}$ получаем $m \approx 1,2 \text{ кг}$.

► **Закон Авогадро.** Из уравнения состояния (6) следует *закон Авогадро*, очень удобный для быстрых качественных оценок: при нормальных условиях ($p = 1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Па}$, $T = 273 \text{ К}$) 1 моль любого идеального газа занимает объем $22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ (22,4 л).

► **Закон Дальтона.** Давление смеси газов p можно представить в виде $p = p_1 + \dots + p_n$, где n — число газов в смеси, а p_i — *парциальное давление i -го газа* ($i = 1, 2, \dots, n$), т. е. давление,

которое оказывал бы на стенку сосуда i -й газ, если бы других газов не было.

Пример 5. Под действием облучения четвертая часть молекул водорода диссоциировала на атомы при постоянной температуре. Вычислим, во сколько раз возросло при этом давление в сосуде. По закону Дальтона новое давление складывается из давления газа массой $0,75m$ с молярной массой M и давления газа массой $0,25m$ с молярной массой $M/2$:

$$p' = \frac{1}{V} \frac{0,75m}{M} RT + \frac{1}{V} \frac{0,25m}{M/2} RT = 1,25 \frac{1}{V} \frac{m}{M} RT,$$

т. е. давление возросло на 25%.

Замечание. Еще удобнее воспользоваться уравнением состояния в форме Больцмана (формула (5)). Видно, что давление газа зависит только от суммарной концентрации молекул, которая в результате диссоциации увеличилась на 25%.

§ 2. Термодинамика

► **Внутренняя энергия и теплота.** *Внутренняя энергия* тела U складывается из кинетической энергии хаотического движения молекул, потенциальной энергии их взаимодействия и внутримолекулярной энергии. Внутренняя энергия может изменяться двумя способами.

1. За счет работы A , совершаемый над телом внешними силами.

2. За счет *теплообмена* с телами, имеющими другую температуру. Энергию, полученную телом в процессе теплообмена, называют *количеством теплоты (теплотой)* и обозначают буквой Q ($Q > 0$, если тело получает энергию).

► **Первый закон термодинамики** (закон сохранения энергии для тепловых процессов). Изменение внутренней энергии системы ΔU равно сумме работы A , совершенной над системой внешними силами, и теплоты Q , полученной им при теплообмене с другими телами, т. е. $\Delta U = A + Q$. В первом законе термодинамики удобно использовать не работу внешних сил над системой A , а работу системы против внешних сил $A^* = -A$:

$$Q = \Delta U + A^*. \quad (8)$$

(Полученная системой теплота идет на изменение ее внутренней энергии и на работу системы против внешних сил.)

Этот закон часто называют первым началом термодинамики. Другая формулировка закона гласит, что невозможно создать *вечный двигатель первого рода*, производящий энергию без изменения состояния других тел. Первый закон является постулатом термодинамики, обобщающим экспериментальный опыт человечества.

Обратим внимание на то, что изменение внутренней энергии зависит только от начального и конечного состояния системы, а работа и количество теплоты зависят от того, как происходит процесс изменения состояния.

► **Полная энергия.** Полная энергия тела (системы тел) складывается из механической и внутренней энергии:

$$E_{\text{полн}} = E_{\text{мех}} + U.$$

Общий закон сохранения энергии записывается формулой

$$Q = \Delta E_{\text{полн}} + A^* = (\Delta E_{\text{мех}} + \Delta U) + A^*. \quad (9)$$

Если $\Delta E_{\text{мех}} = 0$, то это уравнение сводится к первому закону термодинамики (8).

Рассмотрим подробнее каждый из членов, входящих в первый закон термодинамики.

* * *

► **Работа в термодинамике.** Работу газа (или жидкости) в равновесном процессе при малом изменении объема ΔV можно найти по формуле

$$\Delta A^* = p \Delta V. \quad (10)$$

Для пояснения рассмотрим расширение газа в цилиндрическом сосуде (рис. 33). При перемещении поршня на малую величину Δh работа газа $\Delta A^* = F \Delta h$, где F — сила давления газа. Выражая F через давление газа p и площадь сечения поршня S , получаем:

$$\Delta A^* = F \Delta h = p S \Delta h = p \Delta V,$$

где $\Delta V = S \Delta h$ — изменение объема газа. При расширении работа газа $A^* > 0$, а работа внешних сил $A < 0$. При сжатии газа — наоборот: $A^* < 0$, а $A > 0$.

Для произвольного процесса $p = p(V)$ работа газа A^* при расширении от объема V_1 до объема V_2 выражается интегралом

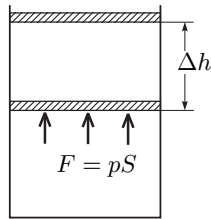


Рис. 33

$$A^* = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

и численно равна площади криволинейной трапеции (рис. 34), ограниченной прямыми $V = V_1$, $V = V_2$, $p = 0$ и графиком функции $p(V)$. Например, если $p = \text{const}$, то $A^* = p(V_2 - V_1) = p \Delta V$.

Как уже отмечалось, работа зависит от того, какая кривая соединяет точки, соответствующие начальному и конечному состояниям газа. При возвращении в начальное состояние в результате замкнутого цикла работа газа (не равна нулю) равна площади внутри замкнутой кривой.

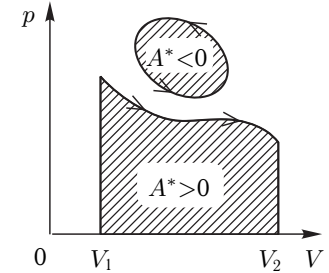


Рис. 34

Замечание. Если давление линейно зависит от объема, то криволинейная трапеция превращается в обычную, и работу можно вычислять по формуле

$$A^* = \frac{p_1 + p_2}{2} \Delta V,$$

где p_1 , p_2 — начальное и конечное давления.

* * *

► **Теплота.** Напомним, что теплота (количество теплоты) — это энергия, полученная телом при теплообмене с другими телами. Теплообменом называют процесс передачи энергии от более горячего тела к более холодному, происходящий без совершения механической работы, за счет обмена энергией на уровне отдельных молекул и атомов.

Существует три основных вида теплообмена.

► **Виды теплообмена.** Если тела с разной температурой привести в непосредственный контакт, то передача теплоты от нагретого тела к холодному будет происходить при соударениях их молекул друг с другом. Такой вид теплообмена называется *теплопроводностью*. Пример: если взять в руку кусок льда, то рука будет мерзнуть, а лед — плавиться. Еще пример: если нагревать один конец железного бруска, то через небольшое время начнет нагреваться другой конец. Железо обладает хорошей теплопроводностью.

Однако передача теплоты может происходить и без непосредственного контакта между телами. Любое нагретое тело излучает электромагнитные волны, причем излучение тем сильнее, чем больше нагрето тело. Это излучение может поглощаться другим телом, и таким образом происходит передача энергии от одного тела к другому. Передача тепла при испускании и поглощении электромагнитных волн называется *излучением*. Пример: солнечное тепло передается на Землю в виде излучения, распространяющегося в вакууме и поглощаемого атмосферой и поверхностью Земли. Еще пример: сидя в стороне от костра, мы греемся его излучением.

Третий вид теплообмена — *конвекция* — это передача теплоты движущейся жидкостью или газом. Пример: батареи водяного отопления нагреваются циркулирующей в них горячей водой. Конвекция может возникать самопроизвольно — если нижние слои газа (или жидкости) нагреты сильнее, чем верхние. В этом случае за счет силы Архимеда происходит подъем вверх более легких нагретых слоев и опускание вниз более плотных холодных. Пример: вода в кастрюле быстро прогревается за счет конвективного перемешивания.

► **Теплоизолированная система.** Если система тел не обменивается теплом с внешними телами, то такая система называется *теплоизолированной*.

► **Теплоемкость.** Если с телом происходит процесс, сопровождающийся теплообменом и изменением температуры, то количество теплоты Q пропорционально изменению температуры ΔT (при малом изменении температуры $Q \sim \Delta T$):

$$Q = C\Delta T, \quad (11a)$$

где C — *теплоемкость тела* (измеряется в Дж/К). Для однородных тел вводят также *удельную теплоемкость* c : (в расчете на 1 кг), а для химически однородных тел — *молярную теплоемкость* $\tilde{c}$ (в расчете на 1 моль):

$$Q = cm\Delta T = \tilde{c}\nu\Delta T, \quad c = \frac{\tilde{c}}{M}. \quad (11b)$$

Удельная теплоемкость выражается в Дж/(кг·К), молярная — в Дж/(моль·К).

Удельную теплоемкость различных веществ (в жидкой и твердой фазах) для нагревания при постоянном (атмосферном)

давлении и определенной температуре можно найти в таблицах. Например, удельная теплоемкость воды равна ≈ 4200 Дж/(кг·К), а свинца ≈ 130 Дж/(кг·К). Большая теплоемкость воды позволяет использовать водяные емкости в качестве тепловых резервуаров (например, в русской бане). Опыт показывает, что в достаточно широком диапазоне температур удельная теплоемкость меняется мало, поэтому формулы (11) при решении задач можно применять не только для малых, но и для достаточно больших ΔT . Кроме того, теплоемкости жидкостей и твердых тел мало меняются при изменении давления в пределах нескольких атмосфер. При решении школьных задач зависимостью теплоемкости от температуры и давления обычно пренебрегают.

Численный пример. При охлаждении 0,2 кг воды (одного стакана) от $t_1 = 100^\circ\text{C}$ до комнатной температуры $t_2 = 20^\circ\text{C}$ выделяется теплота $Q = cm|\Delta t| \approx 67$ кДж. Если бы всю эту энергию можно было преобразовать в потенциальную энергию силы тяжести, то груз массой $M = 10$ т можно было бы поднять на высоту $h = Q/Mg \approx 67$ см. Этот пример наглядно демонстрирует порядки величин, связанных с изменением внутренней тепловой энергии, по сравнению с привычными механическими значениями.

Вопрос. Желая скорее довести кастрюлю с водой до кипения, хозяйка подлила горячей воды из чайника. Правильно ли она поступила?

Ответ. Нет, неправильно. Вода закипит позже, так как горячую воду тоже надо довести до кипения, т.е. общее количество теплоты, которое надо передать кастрюле, стало больше.

► **Скрытые теплоты фазовых переходов.** Одно и то же с точки зрения химического строения вещество может находиться в разных агрегатных состояниях. При изменении внешних параметров (температуры, давления) агрегатное состояние может меняться, т.е. происходит переход вещества из одного состояния в другое (фазовый переход). Основные агрегатные состояния большинства веществ — твердое, жидкое и газообразное. Например, вода может существовать в виде льда, собственно воды и пара. Переход из твердой фазы в жидкую называется *плавлением*, обратный переход — из жидкой фазы в твердую — *кристаллизацией*; переход из жидкой фазы в газообразную называется *испарением* (парообразованием), а обратный переход — *конденсацией*. Переход из твердой фазы непосредственно (без плавления) в газообразную (испарение твердого тела) называется *сублимацией*.

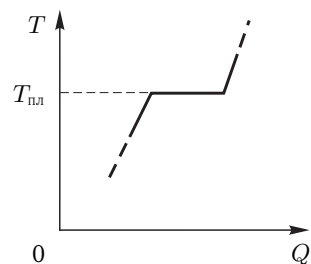


Рис. 35

Проследим за тем, как происходит переход в новое агрегатное состояние, если медленно подводить к телу тепло при постоянном давлении. Сначала температура системы (жидкости, твердого тела) будет монотонно возрастать, количество затраченной теплоты будет определяться формулами (11). Затем, при достижении определенной температуры, она перестает меняться и начинается переход вещества в новое агрегатное состояние при постоянной температуре (рис. 35). Если до завершения перехода остановить подвод тепла, то система будет одновременно содержать два разных агрегатных состояния одного вещества (твердое тело + жидкость или жидкость + пар) в равновесии друг с другом. Если продолжить нагревание, то все вещество перейдет в новое агрегатное состояние, после чего температура снова будет возрастать.

Мы видим, что равновесный фазовый переход происходит при неизменной температуре. В случае плавления (или кристаллизации) эту температуру называют *температурой плавления*. Эта температура зависит (слабо) от внешнего давления. Для воды температура таяния льда при атмосферном давлении равна точно 0°C . В случае испарения (или конденсации) температуру равновесия между жидкостью и паром называют *температурой кипения* (о кипении мы расскажем чуть позже). Для воды при атмосферном давлении эта температура равна 100°C . Теплоту, затраченную на фазовый переход при неизменной температуре, называют (*скрытой*) *теплотой фазового перехода*. Она пропорциональна массе вещества и выражается формулами

$$Q = rm, \quad (12\text{ а})$$

для перехода жидкость–пар (испарение), и

$$Q = \lambda m \quad (12\text{ б})$$

для перехода твердое тело–жидкость (плавление). Феноменологические параметры r и λ называют *удельной теплотой парообразования* и *удельной теплотой плавления* соответственно. Для воды $r \approx 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг (при температуре кипения $t = 100^\circ\text{C}$), а удельная теплота таяния льда $\lambda \approx 3,34 \cdot 10^5$ Дж/кг. При *конденсации*, т. е. обратном превращении пара в жидкость,

система, наоборот, отдает теплоту перехода при той же постоянной температуре (температуре кипения): $Q = -rm$. Аналогично, при *кристаллизации*, т. е. обратном переходе из жидкого состояния в твердое, происходящем при температуре плавления, $Q = -\lambda m$.

► **Химические реакции. Горение.** При химических реакциях изменяются как энергия межмолекулярного взаимодействия, так и внутримолекулярная энергия, которая может быть во много раз больше; следовательно, меняется внутренняя потенциальная энергия тела. Протекание химической реакции сопровождается либо поглощением, либо выделением количества теплоты, пропорционального массе прореагировавшего вещества. Например, сгорание, т. е. соединение с кислородом, топлива массой m сопровождается передачей от топлива к внешним телам количества теплоты

$$Q = qm,$$

где q — *удельная теплота сгорания* (или удельная теплотворная способность) топлива.

► **Уравнение теплового баланса.** В качестве примера использования формул (11)–(12) рассмотрим теплообмен между телами *теплоизолированной системы* (т. е. системы, не обменивающейся теплотой с другими телами). Теплообмен прекращается, когда все тела окажутся при одной и той же температуре T^* (температуре теплового равновесия). Закон сохранения энергии для такой системы имеет вид

$$\sum_i Q_i = 0 \quad (13)$$

(*уравнение теплового баланса* — энергия, отданная в виде теплоты одними телами, равна энергии, полученной другими телами).

Иногда уравнение теплового баланса пишут не в форме (13), а в виде уравнения $\sum \Delta U_i = 0$, что выглядит более естественной записью для закона сохранения энергии. Однако в случае теплоизолированной системы правильно записывать это уравнение именно через Q_i , а не через ΔU_i . Дело в том, что в процессе теплообмена тела системы совершают работу не только при взаимодействии друг с другом, но и против внешних сил. $\sum \Delta U_i$ в этом случае равна этой работе (с обратным знаком), т. е. отлична от нуля. Правда, в большинстве случаев (кроме процесса испарения) эта работа пренебрежимо мала, и можно использовать любую из форм записи уравнения теплового баланса.

Пример 6. Пусть после погружения в воду термометр показывает $t^* = 80^\circ\text{C}$. Найдем первоначальную температуру воды t_b . Посмотрим, какая ошибка вносится в результат измерения температуры $m = 100$ г горячей воды термометром с теплоемкостью $C = 5$ Дж/К за счет полученной им самой теплоты. Запишем уравнение теплового баланса:

$$C(t^* - t_0) + c_b m(t^* - t_b) = 0,$$

где $t_0 = 20^\circ\text{C}$ — начальная температура термометра, равная комнатной температуре. Решая уравнение, находим $t_b = 80,7^\circ\text{C}$.

Пример 7. В случае, когда в системе происходят фазовые превращения, решение задачи теплового баланса может быть многовариантным. Рассмотрим, например, теплообмен между паром массой m_1 при температуре $t_1 = 100^\circ\text{C}$ и льдом массой m_2 при температуре $t_2 < 0$. Возможны следующие варианты ответа: а) Если пара очень много, то при конденсации только части пара выделится достаточно теплоты, чтобы нагреть лед до 0°C , растопить его и нагреть получившуюся воду до 100°C . Конечная температура будет 100°C , в качестве неизвестного в уравнении теплового баланса будет выступать масса воды в конечном состоянии. б) При меньшем количестве пара в конечном состоянии будет вода при неизвестной температуре, лежащей в пределах от 0°C до 100°C . в) Пара еще меньше — в конечном состоянии будет смесь льда и воды при 0°C . г) Пара совсем мало — в конце будет только лед при отрицательной температуре. Каждому из этих случаев соответствует свое уравнение теплового баланса со своим неизвестным. Разумно начать с предположения, что выполняется случай б). Уравнение теплового баланса для этого случая имеет вид

$$-rm_1 + c_b m_1(t^* - t_1) + c_l m_2(0 - t_2) + \lambda m_2 + c_b m_2(t^* - 0) = 0,$$

где первые два члена будут отрицательными (пар отдает теплоту), а последние три — положительными. Если ответ для t^* будет лежать в пределах от 0°C до 100°C , то мы угадали правильно. Если t^* получится больше 100°C , то это означает, что реализуется случай а). Если же t^* получится меньше 0°C , то реализуется либо случай в), либо случай г), и надо продолжить исследование.

* * *

► **Внутренняя энергия.** Внутренняя энергия равновесного состояния зависит от термодинамических параметров, характеризующих это состояние (p , V , T , m , ν , ... — напомним, что эти параметры связаны уравнением состояния). Однако в явном виде (например, в виде формулы $U(p, T)$) выразить внутреннюю энергию жидкости или твердого тела через термодинамические параметры состояния нам не удастся — это представляет собой

чрезвычайно сложную, до сих пор до конца не решенную задачу. Единственный пример, когда мы сможем (частично) справиться с такой задачей — идеальный газ. В остальных случаях нам придется прибегнуть к так называемому *феноменологическому подходу*, т. е. ввести для описания внутренней энергии специальные параметры, взятые из опыта.

Важное упрощение заключается в том, что в большинстве практических задач давление в системе не меняется (или меняется в пределах, где U от p почти не зависит). Для того же, чтобы выяснить, как изменяется внутренняя энергия *при постоянном давлении*, можно использовать первый закон термодинамики и формулы для работы тела и для количества теплоты, подводимой к телу в различных процессах.

► **ΔU при нагревании жидкостей и твердых тел.** Можно ожидать, что поскольку температура есть мера кинетической энергии молекул, то при увеличении температуры U будет монотонно возрастать. Чтобы узнать, как зависит U от T при постоянном (атмосферном) давлении, изменим температуру путем теплообмена с более горячим или более холодным телом. Так как тепловое расширение жидкостей и твердых тел очень мало, то работой A^* в формуле (8) можно в этом случае пренебречь. Значит, изменение внутренней энергии равно полученной теплоте Q , которую можно выразить (формулы (11)) через экспериментально измеряемую величину — теплоемкость при постоянном (атмосферном) давлении:

$$\Delta U \approx C \Delta T = cm \Delta T = \tilde{c} \mu \Delta T. \quad (14)$$

Важное отличие формулы (14) для ΔU от формул (11) для Q состоит в следующем. Формулу (14) можно применять не только в случае теплообмена, но и при ином способе изменения температуры, например, при нагревании трением (напомним, что ΔU зависит только от начального и конечного состояния и не зависит от процесса перехода из одного состояния в другое).

Пример 8. Рассмотрим пример на *переход механической энергии во внутреннюю*. Пусть происходит неупругое лобовое столкновение двух одинаковых свинцовых шаров, причем один из них до удара покоился, а другой двигался со скоростью $v = 40$ м/с. Узнаем, на сколько градусов повысится температура шаров в результате такого удара. Конечную скорость системы шаров находим из закона сохранения импульса: $mv = 2mu$, т. е. $u = v/2$. По закону сохранения энергии

уменьшение механической энергии будет равно увеличению внутренней энергии (см. уравнение (9), $Q = 0$, $A^* = 0$):

$$\Delta U = \frac{mv^2}{2} - \frac{2mu^2}{2} = \frac{mv^2}{4}.$$

Увеличение внутренней энергии приведет к нагреванию шаров:

$$\Delta U = c(2m)\Delta T,$$

т. е. $\Delta T = v^2/8c \approx 1,5 \text{ К}$.

► **ΔU при изменении агрегатного состояния.** При заданном внешнем давлении равновесный переход из одного состояния в другое происходит при постоянной температуре. Изменение внутренней энергии связано с тем, что молекулы разных агрегатных состояний обладают различной средней потенциальной энергией. Например, в результате *испарения* молекулы испарившейся жидкости становятся молекулами пара, где потенциальная энергия взаимодействия пренебрежимо мала. До испарения эти молекулы принадлежали жидкости, взаимодействовали с окружающими молекулами и обладали некоторой отрицательной (см. рис. 30) средней потенциальной энергией. Значит, при испарении должно происходить увеличение внутренней энергии, пропорциональное массе испарившейся жидкости. Аналогично, *плавление*, т. е. переход твердых тел в жидкое состояние, сопровождается уменьшением числа межмолекулярных связей и поэтому также приводит к увеличению внутренней энергии, пропорциональному массе расплавившегося вещества.

Если пренебречь работой системы при фазовом переходе, то изменение внутренней энергии при изменении агрегатного состояния будет равно (скрытой) теплоте перехода (формулы (12)), т. е.

$$\Delta U \approx \pm rm,$$

для испарения и конденсации, и

$$\Delta U \approx \pm \lambda m$$

для плавления и кристаллизации. Отметим, что эти формулы для изменения внутренней энергии, как и формула (14), имеют общий характер — их можно применять и тогда, когда причиной нагревания и фазового перехода является не теплообмен, а, например, работа диссипативных сил: трения, сопротивления и т. д.

(Пример — плавление и испарение вещества небольших метеоритов при их вхождении в плотные слои атмосферы.)

На самом деле при переходе в новое агрегатное состояние происходит изменение объема вещества. Значит, система совершает работу против внешнего давления. Например, при таянии льда происходит уменьшение объема, значит совершается отрицательная работа, а при испарении воды объем образовавшегося пара гораздо больше объема воды, и при расширении пар совершает положительную работу. Работу системы надо учитывать в уравнении (8) для первого закона термодинамики. В случае плавления эта поправка ничтожно мала. В случае испарения поправка на работу пара при его расширении не столь уж ничтожна.

Вычислим работу, совершаемую паром, образующимся при испарении $m = 1 \text{ кг}$ воды при температуре 100°C (373 К), и сравним ее с удельной теплотой парообразования. Давление пара остается постоянным, а изменение объема можно считать равным конечному объему пара, который мы найдем из уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$A^* = p(V_{\text{п}} - V_{\text{в}}) \approx pV_{\text{п}} = \frac{m}{M} RT.$$

Разделив на теплоту парообразования $Q = rm$, получим, что работа пара составляет $\approx 7,5\%$ от этой теплоты. На столько же отличается от теплоты парообразования изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = Q - A^* = rm - \frac{m}{M} RT = m \left(r - \frac{RT}{M} \right).$$

Отметим, что при решении школьных задач обычно это различие не учитывают, т. е. считают, что изменение внутренней энергии при переходе в новое агрегатное состояние равно теплоте перехода.

Пример 9. Продолжим изучение неупругого удара свинцовых шаров из примера 8. Выясним, при какой начальной скорости налетающего шара они нагреются от начальной температуры $t_0 = 20^\circ\text{C}$ до температуры плавления свинца $t_{\text{пл}} = 323^\circ\text{C}$ и расплавятся (удельная теплота плавления свинца равна $\lambda = 22,5 \text{ кДж/кг}$). Приравняем уменьшение механической энергии к увеличению внутренней энергии:

$$\frac{mv^2}{4} = c(2m)(t_{\text{пл}} - t_0) + \lambda(2m),$$

откуда находим $v \approx 700 \text{ м/с}$.

► **Внутренняя энергия идеального газа.** В случае *идеального газа* можно пренебречь энергией взаимодействия молекул, т. е. внутренняя энергия идеального газа сводится к кинетической энергии поступательного и вращательного движения

его молекул. (При высоких температурах начинает меняться и внутримолекулярная энергия — надо учитывать колебания атомов в молекуле.) Опыт показывает, что *внутренняя энергия идеального газа* зависит только от его температуры T (т. е. если изменяются объем и давление данной массы газа, а температура не меняется, то $U = \text{const}$). Для одноатомного газа (например, для любого инертного газа) внутренняя энергия равна энергии поступательного движения молекул, которая нам известна из молекулярно-кинетической теории газов (см. уравнение (3)):

$$U = NE_{\text{ср}} = \nu N_A \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \nu RT = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT. \quad (15)$$

Молекулярно-кинетическая теория позволяет обобщить уравнение (15) на случай любого, не только одноатомного, газа. Для этого вводят понятие *числа степеней свободы* молекулы газа, т. е. числа независимых параметров i , определяющих ее положение. К примеру, для одноатомной молекулы $i = 3$ (три координаты), для жесткой двухатомной молекулы (водород, кислород, азот при комнатной температуре) $i = 5$, так как добавляются два полярных угла, задающих направление оси молекулы, для жесткой многоатомной молекулы (например, вода) $i = 6$. Внутренняя энергия газа равна

$$U = N \cdot \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT$$

(на каждую степень свободы приходится энергия $kT/2$ в расчете на одну молекулу — это утверждение называют *теоремой о равнораспределении энергии по степеням свободы*).

Вопрос. Изменится ли внутренняя энергия воздуха в комнате при включении отопления?

Ответ. Нет, не изменится. Давление при нагревании остается постоянным, значит, как следует из уравнения состояния (6), масса воздуха в комнате должна уменьшиться настолько, чтобы произведение mRT/M не изменилось.

С учетом всего сказанного запишем изменение внутренней энергии идеального газа в виде

$$\Delta U = L \Delta T,$$

где L — коэффициент, значение которого в некоторых случаях предсказывает кинетическая теория газов. Оказывается, этот коэффициент имеет ясный физический смысл, его можно определять из опыта и рассматривать как феноменологический параметр.

Для выяснения смысла коэффициента L рассмотрим *изохорное* ($V = \text{const}$) нагревание идеального газа. При изохорном нагревании работа газа равна нулю (стенки сосуда неподвижны), и первый закон термодинамики приобретает вид $Q = \Delta U = L \Delta T$. Сравнивая с определением теплоемкости (11 а), видим, что коэффициент L равен *теплоемкости газа при постоянном объеме*, которую принято обозначать C_V . Приходим к выводу, что общее феноменологическое выражение для *изменения внутренней энергии идеального газа* имеет вид

$$\Delta U = C_V \Delta T = c_V m \Delta T = \tilde{c}_V \nu \Delta T, \quad (16)$$

где c_V , $\tilde{c}_V$ — удельная и молярная теплоемкости газа при $V = \text{const}$ (см. (11 б)). В случае одноатомного газа из молекулярно-кинетической теории получаем (см. (15))

$$C_V = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R, \quad c_V = \frac{3}{2} \frac{R}{M}, \quad \tilde{c}_V = \frac{3}{2} R,$$

в более общем случае c_V и $\tilde{c}_V$ выражаются через число степеней свободы молекулы газа.

Отметим, что хотя для получения формулы (16) мы рассматривали изохорный процесс, она верна для любого процесса, так как изменение внутренней энергии идеального газа определяется только начальной и конечной температурой. Опыт показывает, что в широком диапазоне изменения температуры c_V остается постоянной.

► **Процессы в идеальном газе с точки зрения термодинамики.** В отличие от жидкостей и твердых тел, работа газа не является пренебрежимо малой, и все три члена в первом законе термодинамики (8) сравнимы друг с другом и играют одинаково важную роль. Рассмотрим несколько основных процессов. (Изохорный процесс был рассмотрен выше.)

Изобарный процесс. При изобарном нагревании $p = \text{const}$. Такой процесс происходит, например, если газ в цилиндрическом сосуде находится под поршнем массой $m_{\text{п}}$ (см. пример 4). Работа газа

$$A^* = p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T,$$

а изменение внутренней энергии выражается формулами (16). Отсюда

$$Q = \Delta U + A^* = \left(c_V + \frac{R}{M} \right) m \Delta T = (\tilde{c}_V + R) \nu \Delta T,$$

т. е. удельная и молярная теплоемкости газа при постоянном давлении c_p и $\tilde{c}_p$ оказываются связанными с теплоемкостями при постоянном объеме соотношениями:

$$c_p = c_v + \frac{R}{M}, \quad \tilde{c} = \tilde{c}_p + R$$

(формула Майера). При постоянном давлении к газу надо подводить больше теплоты, чем при постоянном объеме, так как часть теплоты идет на совершение газом работы при его расширении (изменение же внутренней энергии одинаково — оно зависит только от ΔT).

Изотермический процесс. При изотермическом расширении $\Delta U = 0$, а $A^* > 0$. Поэтому $Q > 0$ и газ получает теплоту. При изотермическом сжатии $A^* < 0$, $Q < 0$ и газ отдает теплоту в окружающую среду.

Циклический процесс. В циклическом процессе работа газа A^* численно равна площади фигуры, ограниченной графиком процесса; причем $A^* > 0$, если цикл проходит по часовой стрелке, и $A^* < 0$, если направление обхода цикла противоположное (рис. 34). Так как по завершении цикла газ возвращается в прежнее состояние, то $\Delta U = 0$, и полученная за весь цикл теплота равна работе газа: $Q = A^*$.

Адиабатный процесс. Адиабатными называются процессы, происходящие без теплообмена с внешней средой: $Q = 0$. Из первого закона термодинамики следует, что для таких процессов $\Delta U = -A^*$.

График $p(V)$ для *равновесного адиабатного процесса* более крутой, чем для изотермического (рис. 36). Это следует из того, что при адиабатном расширении $A^* > 0$, а $\Delta U = c_v m \Delta T < 0$, т. е. в ходе адиабатного расширения газ охлаждается и точка, характеризующая его состояние, переходит на изотерму, соответствующую меньшей температуре. При быстром изменении объема сосуда (например, за счет движения поршня) газ не успевает обмениваться теплом со стенками сосуда, и процесс можно считать адиабатным.

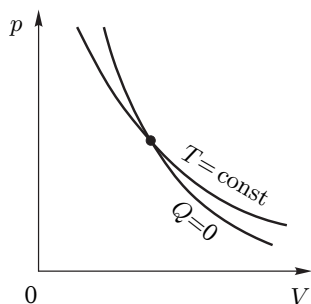


Рис. 36

Расширение газа в пустоту. Важно понимать, что описанные выше свойства адиабатного процесса связаны не только с теплоизоляцией системы, но и

с возможностью газа совершать при расширении положительную работу над перемещающимся поршнем. Неожиданным для многих является утверждение, что при быстром *расширении идеального газа в пустоту* он не охлаждается. Пусть, например, газ занимает часть объема сосуда, в другой части которого находится вакуум. Если мгновенно убрать разделяющую перегородку, то газ быстро заполнит весь объем. Поскольку работа газа $A^* = 0$ (газ расширяется в пустоту, т. е. не совершает работу над другими телами) и $Q = 0$, то изменение внутренней энергии газа $\Delta U = 0$; следовательно, температура газа при его расширении в пустоту не изменяется.

► **Необратимость тепловых процессов.** Из повседневного опыта мы знаем, что не все процессы, допускаемые первым законом термодинамики, могут реализоваться в действительности. Например, тот факт, что при контакте двух тел тепло передается от горячего тела к холодному, не означает, что возможен обратный процесс передачи тепла от холодного тела к горячему. Дело в том, что практически все тепловые процессы необратимы: их нельзя пройти в обратном направлении, т. е. обратить во времени. *Обратимыми* являются только *равновесные* процессы, т. е. настолько медленные, что их можно представить как последовательность равновесных состояний.

► **Второй закон термодинамики.** Условие необратимости тепловых процессов выражает *второй закон термодинамики*.

Ф о р м у л и р о в к а 1. Невозможен такой процесс, единственным результатом которого была бы передача тепла от более холодного тела к более нагретому.

Ф о р м у л и р о в к а 2. Нельзя построить *вечный двигатель второго рода*, т. е. циклическую машину, которая полностью превращала бы в работу теплоту, полученную ею из некоторого теплового резервуара (например, Мирового океана).

Обе формулировки второго закона термодинамики эквивалентны, однако доказательство этого факта выходит за рамки элементарной физики.

► **Тепловые машины. Цикл Карно.** *Тепловые машины* — это двигатели, в которых рабочее тело (газ) совершает работу в ходе циклического процесса за счет полученного извне тепла. Для работы тепловой машины по циклическому процессу необходимо наличие как нагревателя — тела, от которого газ получает тепло, так и холодильника — тела, которому газ отдает

избыточное тепло (иначе такая тепловая машина была бы вечным двигателем второго рода!).

Коэффициентом полезного действия (КПД) тепловой машины называется величина

$$\eta = \frac{A^*}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где A^* — работа газа в цикле, Q_1 — теплота, полученная от нагревателя, а Q_2 — теплота, отданная холодильнику (ΔU газа за цикл равно нулю, и из первого начала термодинамики следует, что $A^* = Q_1 - Q_2$). Французский ученый Карно доказал, что из всех тепловых машин, работающих в контакте с нагревателем T_1 и холодильником T_2 ($T_2 < T_1$), *максимально возможный КПД*,

$$\eta_K = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

достигается в равновесном (обратимом), состоящем из двух изотерм с температурами T_1 и T_2 и двух адиабат *цикле Карно*. Теорема Карно является следствием второго закона термодинамики.

Холодильная машина, или просто *холодильник* — это тепловая машина, в которой работа внешних сил над газом (или другим рабочим телом) $A = -A^* > 0$ используется для переноса тепла от холодного тела (в бытовом холодильнике это морозильная камера) к более горячему (для бытового холодильника это окружающий воздух). Закон сохранения энергии для холодильника имеет вид $Q_1 = Q_2 + A$, где A — работа, совершаемая электрической сетью, к которой подсоединен холодильник (она выражается через среднюю мощность холодильника: $A = Pt$), Q_2 — теплота, отобранная от охлаждаемых продуктов, Q_1 — теплота, отданная окружающему воздуху. Видно, что включенный холодильник нагревает воздух в комнате.

► **Пар.** В тех случаях, когда газ образуется в результате испарения жидкости или может конденсироваться, его называют паром. Например, мы говорим, что в воздухе находится водяной пар (атмосферный воздух находится в контакте с водой морей, озер и рек), но не называем азот воздуха парами азота. В то же время над поверхностью жидкого азота в сосуде Дьюара присутствуют пары азота. Испарение жидкости происходит за счет того, что некоторые молекулы, находящиеся на ее свободной

поверхности, преодолевают силы межмолекулярного притяжения и вылетают в пространство над жидкостью. С другой стороны, часть молекул пара, падающих на поверхность жидкости, «захватывается» этой жидкостью — пар конденсируется. Если пар над поверхностью жидкости не удалять (закрытый сосуд), то в системе жидкость–пар установится динамическое равновесие: число молекул, испаряющихся с поверхности в единицу времени, будет равно числу возвращающихся молекул. Такой пар называют *насыщенным*.

Плотность насыщенного пара ρ_n и его давление $p_n = \rho_n RT/M$ определяются условиями динамического равновесия, они зависят только от температуры жидкости и пара, т.е. при данной температуре не зависят от объема пара. Если при постоянной температуре медленно увеличивать объем сосуда, то плотность пара и его давление будут оставаться постоянными, т.е. пара будет все больше, а жидкости все меньше. Когда вся жидкость превратится в пар, его плотность и давление начнут уменьшаться обратно пропорционально объему (рис. 37 а); такой пар называют *ненасыщенным*. При обратном изотермическом сжатии ненасыщенного пара он превратится в насыщенный и начнется конденсация жидкости.

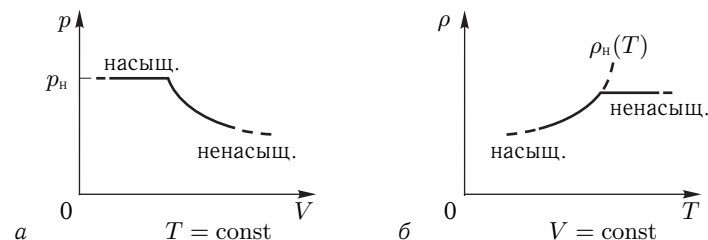


Рис. 37

Превратить ненасыщенный пар в насыщенный можно не только сжатием, но и охлаждением. Как показывает опыт, при увеличении температуры ρ_n возрастает. Если охладить сосуд с ненасыщенным паром до такой температуры T , при которой его плотность (она при изохорном охлаждении не меняется) станет равна плотности насыщенного пара $\rho_n(T)$, то начнется конденсация жидкости из пара (рис. 37 б).

► **Критическая температура.** На рис. 38 а изображены температурные зависимости плотности самой жидкости (верхняя кривая) и плотности ее насыщенного пара (нижняя кривая).

Плотность жидкости уменьшается за счет теплового расширения, плотность пара, наоборот, возрастает. При некоторой температуре T_k , которую называют *критической температурой*, плотности жидкости и насыщенного пара сравниваются, т.е. различие между ними полностью исчезает. При $T > T_k$ не существует состояния, содержащего пар в равновесии с жидкостью, — при любом сжатии вещество будет оставаться однородным.

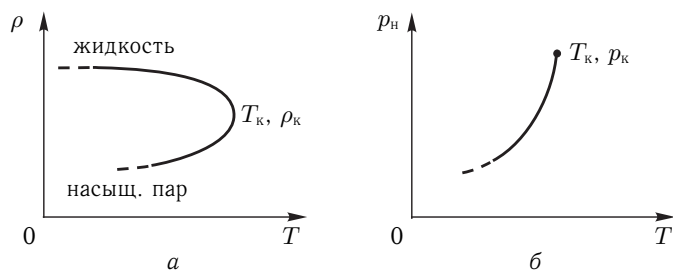


Рис. 38

Поэтому состояние при $T > T_k$ называют иногда истинно газовым (хотя этот «газ» может быть очень плотным), в отличие от насыщенного или ненасыщенного пара при $T < T_k$ (другой, более строгий взгляд на обсуждавшееся выше различие между паром и газом). На рис. 38б изображена зависимость давления насыщенного пара p_n от температуры. Точка обрыва графика соответствует критической температуре, давление p_k в этой точке называют *критическим давлением* (или давлением в критической точке).

При температурах, далеких от T_k , пока плотность пара мала по сравнению с плотностью жидкости, давление p_n можно вычислять по формуле Менделеева–Клапейрона, но при приближении к T_k уравнение состояния идеального газа становится неприменимым, и надо использовать более сложное уравнение состояния реального газа.

Приведем критические параметры ряда веществ. Для воды $t_k = 374,15^\circ\text{C}$, $p_k = 221,1$ атм, $\rho_k = 315$ кг/м³, для азота $t_k = -147,1^\circ\text{C}$, $p_k = 33,9$ атм, для кислорода $t_k = -118^\circ\text{C}$, $p_k = 50,3$ атм, для водорода $t_k = -239,8^\circ\text{C}$, $p_k = 13$ атм, для гелия $t_k = -267,9^\circ\text{C}$ (5,25 K), $p_k = 2$ атм. Видно, что все основные газы, составляющие земную атмосферу, могут быть сжижены только в специальных лабораторных условиях.

► **Влажность.** *Абсолютной влажностью* воздуха называют плотность водяного пара в нем ρ_n . Парциальное давление пара,

$$p_n = \frac{\rho_n}{M} RT,$$

иногда называют упругостью водяного пара ($M = 18$ г/моль — молярная масса воды). *Относительная влажность* воздуха φ — это отношение парциального давления пара к давлению насыщенного пара при той же температуре:

$$\varphi = \frac{p_n}{p_n}.$$

Поскольку давление насыщенного пара $p_n = \rho_n RT/M$, то

$$\varphi = \frac{\rho_n}{\rho_n}.$$

При охлаждении ненасыщенного водяного пара с абсолютной влажностью ρ_n до такой температуры T , при которой $\rho_n(T) = \rho_n$, начнется процесс конденсации. Эту температуру называют *точкой росы* (для данной абсолютной влажности ρ_n).

► **Кипение.** Кипение — это процесс интенсивного испарения жидкости в объеме, сопровождающийся образованием и ростом пузырьков и активным перемешиванием жидкости. Чтобы понять, почему происходит кипение, рассмотрим условия равновесия парового пузырька, случайно оказавшегося в жидкости. Давление жидкости на поверхности пузырька $p = p_0 + \rho gh$, где p_0 — внешнее (атмосферное) давление, ρ — плотность жидкости, а h — глубина, на которой находится пузырек. Давление пара в пузырьке равно давлению насыщенного пара p_n при данной температуре. Если $p > p_n$, то пузырек быстро схлопнется. Если же $p < p_n$, то пузырек начнет расширяться, причем из-за испарения с его поверхности давление в нем будет оставаться равным p_n . Растущий пузырек будет всплывать на поверхность, поскольку сила Архимеда намного превосходит силу тяжести, и приводить в движение окружающие слои жидкости — начнется кипение. Температуру $T_{\text{кип}}$, при которой давление насыщенного пара сравнивается с атмосферным, называют *температурой кипения*. При нормальном давлении атмосферы $p_0 = 10^5$ Па температура кипения $t_k = 100^\circ\text{C}$. Это означает, что давление насыщенного водяного пара при 100°C равно 10^5 Па. Уменьшение атмосферного давления приводит к снижению температуры кипения, а увеличение p_0 — к повышению $T_{\text{кип}}$ (см. рис. 2.9б). На вершине Эвереста атмосферное давление равно $\approx 3 \cdot 10^4$ Па, и вода кипит при 70°C . В кастрюле-скороварке давление равно

$\approx 1,8 \cdot 10^5$ Па, поэтому кипение воды и приготовление пищи в такой кастрюле происходит при 117°C .

Вопрос. В бак с кипящей водой опускают кастрюлю с водой так, чтобы она не касалась дна и стенок бака. Закипит ли вода в кастрюле?

Ответ. Нет, не закипит. Для поддержания процесса кипения требуется постоянный приток теплоты, обеспечивающий интенсивное испарение во всем объеме. Вода в баке имеет температуру 100°C , поэтому, когда вода в кастрюле нагреется до 100°C , приток тепла к ней прекратится.

► **Поверхностное натяжение жидкостей.** У молекул, находящихся на свободной поверхности жидкости, число «соседей», а значит и число межмолекулярных связей меньше, чем у молекул, находящихся в объеме. Кроме того, средняя энергия связи у поверхностных и внутренних молекул жидкости тоже различна. Поэтому жидкость обладает *поверхностной энергией* $E_{\text{пов}}$, пропорциональной площади S свободной поверхности жидкости:

$$E_{\text{пов}} = \sigma S. \quad (17)$$

Величина σ называется *коэффициентом поверхностного натяжения* жидкости. Для воды $\sigma = 75,6$ мН/м при 0°C и $\sigma = 60,8$ мН/м при 90°C .

Работа A , совершаемая при изотермическом увеличении площади поверхности жидкости на ΔS , равна $A = \sigma \Delta S$. Если поверхность жидкости прямоугольная, то $\Delta S = l \Delta x$, где l — ширина прямоугольника, а Δx — перемещение. В этом случае $A = F \Delta x$, где $F = \Delta E_{\text{пов}} / \Delta x$ — сила, действующая против силы поверхностного натяжения $F_{\text{пов}}$, стремящейся уменьшить площадь свободной поверхности жидкости. Эта сила направлена по касательной к поверхности, перпендикулярно к линии границы участка поверхности, на который она действует. Из формулы (17) следует, что *сила поверхностного натяжения* пропорциональна длине границы участка поверхности жидкости: $F_{\text{пов}} = \sigma l$.

Вопрос. Опыт показывает, что при увеличении температуры коэффициент поверхностного натяжения уменьшается. Как вы думаете, при какой температуре $\sigma(T)$ обратится в нуль?

Ответ. При критической температуре, когда исчезнет различие между жидкостью и паром.

Молекулы жидкости взаимодействуют не только между собой, но и с молекулами стенки сосуда. В зависимости от соотношения поверхностных энергий на различных границах

(жидкость — пар, жидкость — твердое тело и твердое тело — пар) форма поверхности жидкости вблизи твердой стенки (мениск) выглядит по-разному (рис. 39). Наибольший интерес представляют два крайних случая. При полном *смачивании* жидкость стремится увеличить площадь своего контакта со стенкой (это приводит к уменьшению полной поверхностной энергии). В случае, когда жидкость *не смачивает* стенку, эта площадь минимальна.

► Капиллярные явления.

В узких капиллярах мениск имеет форму полусферы, выпуклой вниз для смачивающей жидкости и выпуклой вверх для несмачивающей жидкости (рис. 39). Кроме сил давления со стороны жидкости и атмосферного воздуха на поверхность жидкости действует сила поверхностного натяжения $F_{\text{пов}} = 2\pi R\sigma$, где R — радиус капилляра. Если жидкость смачивает стенку, то $F_{\text{пов}}$ направлена вверх. Поэтому жидкость в капилляре поднимается на высоту h . Ее можно найти, приравняв $F_{\text{пов}}$ силе тяжести, действующей на столб жидкости высотой h :

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R},$$

где ρ — плотность жидкости. Если жидкость не смачивает стенку, то сила поверхностного натяжения $F_{\text{пов}}$ будет направлена вниз. Уровень жидкости в капилляре будет ниже уровня жидкости в сосуде на величину h , которую можно найти по этой же формуле.

► **Твердые тела.** Твердые тела бывают *кристаллическими* и *аморфными*. Кристаллическими называют тела, в которых молекулы и атомы расположены в строго чередующемся порядке и образуют правильную *кристаллическую решетку*. Ячейка кристаллической решетки — элементарная повторяющаяся единица — может иметь простую геометрию и содержать всего несколько атомов (алмаз, поваренная соль), а может быть весьма сложной и содержать сотни тысяч атомов (кристаллы биополимеров). К кристаллическим телам относятся металлы, многие природные минералы и другие вещества.

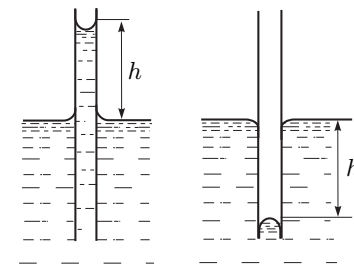


Рис. 39

Плавление кристаллических тел (т.е. разрушение кристаллической решетки) и обратный процесс кристаллизации происходят при определенной температуре (температуре плавления, см. стр. 68).

Кристаллические тела разделяют на *монокристаллические* и *поликристаллические*. В монокристаллах кристаллическая решетка распространяется на весь объем образца. Такие кристаллы могут проявлять *анизотропию* (т.е. зависимость от направления) различных механических, электрических и оптических свойств. Поликристаллы состоят из большого числа очень маленьких (но макроскопических, т.е. содержащих очень много атомов!) монокристаллов, ориентированных совершенно хаотически. В поликристаллах анизотропия отсутствует.

В аморфных телах кристаллической решетки, связывающей между собой все атомы, нет, хотя каждый атом и молекула прочно связаны с соседними. Аморфные твердые тела во многом близки к жидкостям. К ним относятся стекло, резина, пластмассы.

Затвердевание аморфных тел (и обратный переход в жидкое состояние) происходят не при определенной температуре, а постепенно, в некотором температурном интервале.

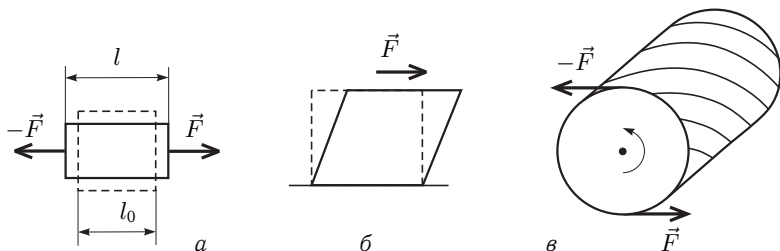


Рис. 40

Отличие твердых тел от жидкостей состоит в том, что они сопротивляются деформации — изменению своей формы. Примеры различных видов деформации — растяжения, сдвига и кручения — показаны на рис. 40. Рассмотрим простейшую деформацию — растяжение. Пусть к цилиндру длиной l_0 и площадью S поперечного сечения приложены растягивающие силы F (рис. 40 а). Величину

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0},$$

где l — длина растянутого цилиндра, называют *относительной деформацией*, а величину $\sigma = F/S$, имеющую размерность давления — *напряжением*. Типичная зависимость σ от ε показана на рис. 41.

Малые деформации являются *упругими* (при снятии нагрузки деформация исчезает) и *линейными* (величина деформации пропорциональна напряжению):

$$\sigma = E\varepsilon,$$

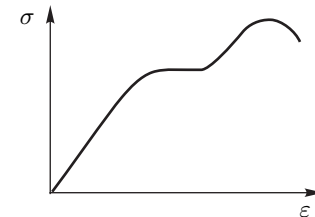


Рис. 41

(закон Гука). закон Гука: Здесь E — *модуль Юнга*, который не зависит от размеров образца и определяется лишь свойствами материала, из которого он изготовлен. Модуль Юнга имеет размерность давления и измеряется в паскалях. Для металлов модуль Юнга по порядку величины равен 10^{11} Па. Дальнейшее увеличение деформации приводит к тому, что зависимость $\sigma(\varepsilon)$ становится нелинейной, и снятие нагрузки приводит к неполному восстановлению формы тела. Такие деформации называются *пластическими*. Наконец, при достижении некоторых значений ε и σ (предел прочности) образец разрушается.

Вопрос. Как жесткость k (см. стр. 20) упругого стержня выражается через его размеры и модуль Юнга?

Ответ. Подставляя в закон Гука выражения для σ и ε , получим, что $k = ES/l$.

► **Тепловое расширение жидкостей и твердых тел.** При повышении температуры жидкостей или твердых тел обычно происходит увеличение их объема.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории тепловое расширение тел, имеющих простое молекулярное строение, можно качественно объяснить на основе кривой межатомного взаимодействия (рис. 30). При большей температуре амплитуда колебаний атомов около положения равновесия становится больше. Пока колебания происходят около дна потенциальной кривой, среднее расстояние между атомами остается равным r_0 . При увеличении их амплитуды вследствие асимметрии кривой $U(r)$ относительно точки r_0 центральная точка колебаний смещается вправо от положения равновесия, т.е. среднее расстояние между атомами возрастает.

Для описания зависимости объема от температуры (при постоянном давлении) используют приближенную линейную формулу

$$V = V_0(1 + \beta t),$$

где t — температура по шкале Цельсия, V_0 — объем при 0°C , β — *температурный коэффициент объема*. Видно, что он равен относительному увеличению объема при нагревании на один градус. Для ртути $\beta \approx 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K}$, для большинства жидкостей β лежит в пределах $5\text{--}15 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K}$. Для твердых тел определяют также *температурный коэффициент длины* α , описывающий зависимость линейных размеров тела от температуры:

$$l = l_0(1 + \alpha t).$$

Например, для меди $\alpha \approx 16,7 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$. Для *изотропных* веществ линейные размеры изменяются одинаково по всем направлениям, т. е. $1 + \beta t = (1 + \alpha t)^3$. Учитывая малость α , получаем соотношение между α и β для твердых тел: $\beta \approx 3\alpha$.

Одно из самых распространенных в природе веществ — вода — проявляет аномальное поведение в зависимости объема от температуры. Во-первых, плотность воды при 0°C больше, чем плотность льда, а для большинства веществ плотность при плавлении уменьшается. Во-вторых, при нагревании воды от 0°C до 4°C ее объем не увеличивается, а уменьшается, т. е. плотность воды имеет максимальное значение при 4°C . Оба этих аномальных свойства играют большую роль в зарождении и поддержании жизни на Земле. К моменту начала замерзания водоемов температура воды на поверхности 0°C , а температура более глубоких (более плотных) слоев воды возрастает с глубиной до 4°C . Дальнейшее охлаждение воды идет без конвекции, только за счет теплопроводности, т. е. очень медленно. Образовавшийся на поверхности лед имеет плотность меньшую, чем плотность воды, и поэтому не опускается на дно водоема.

Глава 3

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

► **Электрический заряд.** *Электрический заряд* — физическая величина, определяющая электромагнитное взаимодействие.

Свойства заряда:

1. Носителями электрического заряда являются заряженные элементарные частицы — *протон* и *электрон* (а также некоторые нестабильные частицы: π -мезоны, μ -мезоны и др.). Заряженные частицы взаимодействуют друг с другом с силами, убывающими с расстоянием так же медленно, как гравитационные, но во много раз превышающими их по величине (см. вопрос на стр. 89).

2. Все заряженные элементарные частицы обладают одним и тем же по абсолютной величине зарядом, который называют *элементарным зарядом* и обозначают буквой e . Опыт показывает, что заряд элементарных частиц не зависит от их скорости.

3. Заряд элементарных частиц может быть положительным или отрицательным. Одноименно заряженные частицы отталкиваются, разноименно — притягиваются. За положительный заряд принят заряд протона $+e$. Заряд электрона — отрицательный $(-e)$.

► **Заряженные тела.** Если в состав макроскопического тела входит различное количество электронов N_e и протонов N_p , то оно оказывается заряженным. Заряд тела всегда представляется числом, кратным величине элементарного заряда: $q = e(N_p - N_e)$.

► **Закон сохранения заряда.** *Закон сохранения электрического заряда* утверждает, что если система заряженных тел не обменивается зарядами с внешним миром (такую систему

называют *электрически изолированной*), то ее полный заряд (т. е. алгебраическая сумма зарядов всех тел) остается постоянным. Это утверждение очевидно, если в системе не происходит превращений элементарных частиц. Но закон сохранения заряда имеет фундаментальный характер — он выполняется в любых процессах рождения и уничтожения элементарных частиц.

§ 1. Электростатика

Электростатика — раздел электродинамики, в котором изучаются взаимодействия и свойства неподвижных электрических зарядов.

► **Закон Кулона.** Закон Кулона описывает взаимодействие точечных зарядов, т. е. элементарных частиц или заряженных тел, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними. Полная формулировка закона Кулона включает в себя три утверждения.

1. Модуль силы взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме (кулоновская сила) прямо пропорционален произведению модулей зарядов и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}, \quad (1)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

2. Силы взаимодействия направлены вдоль прямой, соединяющей заряды (такие силы называют *центральными*).

3. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные — притягиваются.

Отметим, что закон Кулона описывает электрическое взаимодействие не только неподвижных, но и медленно движущихся (нерелятивистских, $v \ll c$) точечных зарядов.

Электростатическое взаимодействие удовлетворяет *принципу суперпозиции* — сила взаимодействия с несколькими точечными зарядами равна векторной сумме сил взаимодействия с каждым из зарядов (заряды действуют независимо друг от друга).

► **Влияние среды.** Если точечные заряды находятся в однородном диэлектрике, то можно приближенно считать, что сила взаимодействия (1) уменьшается в ϵ раз, где ϵ — характеристика среды, которую называют *диэлектрической проницаемостью*.

► **Единица заряда.** В СИ основной единицей является единица силы тока — *ампер*, определяемая через магнитное взаимодействие токов (см. стр. 111). Поэтому единица заряда, которую называют *кулон* ($\text{Кл} = \text{А} \cdot \text{с}$), является производной и определяется так: 1 Кл — заряд, проходящий за 1 с через сечение проводника при токе в 1 А. Коэффициент k в законе Кулона численно равен силе взаимодействия двух зарядов в 1 Кл, находящихся на расстоянии 1 м: $k \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$. *Элементарный заряд* в СИ равен $e \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. Коэффициент k часто выражают через *электрическую постоянную* $\epsilon_0 = 1/4\pi k \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2)$. Закон Кулона в этом случае имеет вид (с учетом влияния среды)

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{\epsilon r^2}.$$

Пример 1. Сила взаимодействия двух точечных зарядов в 1 Кл каждый, помещенных на расстоянии 1 м друг от друга, равна $9 \times 10^9 \text{ Н}$ (вес 900 тыс. тонн груза). Видно, что такие «единичные» заряды не могут появляться в электростатических задачах (обычно имеем дело с мкКл, нКл и т. д.). Кулоны возникают, например, при подсчете заряда, прошедшего через сечение проводника при протекании тока.

Вопрос. Почему говорят, что электромагнитное взаимодействие гораздо сильнее, чем гравитационное? Казалось бы, повседневный опыт учит нас другому — сила тяжести знакома нам с первых шагов (и падений), а с электрическими силами мы сталкиваемся крайне редко.

Ответ. Главное отличие электромагнитного и гравитационного взаимодействий состоит в том, что гравитационные «заряды» (массы) всегда одного знака и соответствуют только притяжению, а электрические заряды двух знаков — положительные и отрицательные. В макроскопическом теле обычно соблюден практически точный баланс между числом электронов и числом протонов, и электростатическое взаимодействие не проявляется. Если бы все заряды стали вдруг одного знака, то 1 г вещества имел бы заряд $\sim 50\,000 \text{ Кл}$ (надо сначала оценить число протонов и электронов — сделайте это сами). Чтобы сравнить электрическое и гравитационное взаимодействия, надо найти отношение этих сил для двух протонов. Проверьте, что это отношение не зависит от расстояния между зарядами и равно $\approx 1,2 \cdot 10^{36}$.

► **Электрическое поле.** Взаимодействие заряженных частиц можно было бы описывать двумя способами.

1. Один заряд через пустое пространство непосредственно действует на другой заряд (*дальное действие*). Этот способ был исторически первым, а до начала XX в. общепринятым.

2. Взаимодействие передается через посредство *электромагнитного поля*. На заряд действуют не другие заряды, а поле, находящееся в той же точке пространства (*близкодействие*). Остальные заряды выступают в роли источников этого поля.

Отметим, что в рамках электростатики оба подхода совершенно эквивалентны. Однако при переходе к описанию движущихся зарядов дальное действие встречается с непреодолимыми трудностями. Главная из них заключается в том, что при смещении одного заряда сила, действующая на другой заряд, не может измениться мгновенно, а только через какое-то конечное время (явление запаздывания). Иначе было бы нарушено одно из основных положений специальной теории относительности Эйнштейна — о невозможности передачи информации со скоростью, большей скорости света в вакууме. Это значит, что в пространстве между зарядами должен находиться материальный посредник (поле), осуществляющий передачу сигнала с конечной скоростью. В вакууме эта скорость равна *скорости света* $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Самым простым видом электромагнитного поля является *электростатическое поле*, создаваемое неподвижными зарядами. Вычисление силы, действующей на точечный заряд q со стороны зарядов $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$, разбивается на два этапа: 1) вычисление поля зарядов $Q_1, \dots, Q_N$ и 2) вычисление силы, действующей на заряд q со стороны этого поля. Видно, что электрический заряд может теперь выступать либо в качестве источника поля (заряды $Q_1, \dots, Q_N$), либо в роли заряда во внешнем поле, на который это поле действует (заряд q). В последнем случае заряд называют *пробным* (им как бы испытывают внешнее поле).

► **Напряженность электрического поля.** Из закона Кулона следует, что сила $\vec{F}_q$, действующая на пробный заряд q , пропорциональна абсолютной величине этого заряда. Значит, отношение $\vec{F}_q/q$ не зависит от q , т. е. является характеристикой поля. Ее называют напряженностью и обозначают буквой $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \vec{F}_q/q \quad (\text{или} \quad \vec{F}_q = q\vec{E}). \quad (2)$$

Видно, что само определение напряженности решает задачу о вычислении силы, действующей на заряд q во внешнем поле $\vec{E}$. В СИ напряженность выражают в Н/Кл (или в В/м, см. ниже).

Из закона Кулона и формулы (2) следует, что *напряженность электростатического поля*, создаваемого *точечным зарядом* Q на расстоянии r от него, может быть найдена по формуле

$$E = k \frac{|Q|}{\varepsilon r^2}. \quad (3)$$

Вектор $\vec{E}$ направлен от заряда, если $Q > 0$, и к заряду, если $Q < 0$ (рис. 42).

Формулу (3) можно записать для проекции $\vec{E}$ на радиальное направление, которая, с учетом знака Q , показывает как модуль, так и направление напряженности:

$$E_r = k \frac{Q}{\varepsilon r^2}.$$

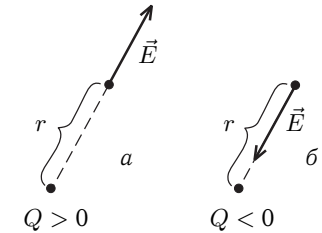


Рис. 42

Если поле $\vec{E}$ создается несколькими точечными зарядами, то результирующая напряженность есть векторная сумма напряженностей, созданных отдельными зарядами:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots,$$

где $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots$ вычисляются по формуле (3) (*принцип суперпозиции полей*).

Если заряд распределен непрерывно по поверхности (объему), то надо мысленно разбить заряженную поверхность (объем) на точечные заряды, а потом применить принцип суперпозиции. Для описания заряда, непрерывно распределенного по поверхности, вводят *поверхностную плотность заряда* $\sigma = \Delta q / \Delta S$. Если заряд распределен неравномерно, то определяют поверхностную плотность в точке, устремляя ΔS к нулю. Единица σ — Кл/м².

► **Силовые линии электрического поля.** Распределение $\vec{E}$ в пространстве можно представить, нарисовав картинку *силовых линий*. Ее рисуют так, чтобы по ней можно было: а) узнать направление вектора $\vec{E}$ (он направлен по касательной к силовой линии в сторону, указанную стрелкой на этой линии); б) сравнить модули $\vec{E}$ в разных точках пространства ($|\vec{E}|$ пропорционален густоте силовых линий, т. е. количеству линий, пронизывающих поперечную площадку, деленному на ее площадь).

Оказывается, можно удовлетворить всем этим требованиям, нарисовав картинку, где силовые линии начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных (или уходят на бесконечность), а в пустом пространстве между зарядами

всюду непрерывны (на каждом заряде начинается или заканчивается число линий, пропорциональное его величине).

Возможность изобразить поле с помощью непрерывных силовых линий не является самоочевидной. Как показывает следующий пример, это утверждение оказывается верным только благодаря тому, что в законе Кулона стоит r^2 в знаменателе. Рассмотрим точечный заряд и проведем вокруг него две сферические поверхности радиусами R и $2R$. Площадь внешней сферы в 4 раза больше, чем внутренней, и если провести радиальные силовые линии непрерывно, то их густота на расстоянии $2R$ оказывается в 4 раза меньше, чем на расстоянии R . Так как напряженность поля также уменьшилась в 4 раза, то непрерывно проведенные линии удовлетворяют «правилу густоты».

Представьте теперь, что в законе Кулона вместо r^2 стоит r^3 — в этом случае напряженность уменьшилась бы в 8 раз, и чтобы соблюсти «правило густоты», пришлось бы половину линий оборвать в пустом пространстве от R до $2R$.

Рассмотрим три примера на вычисление напряженности поля.

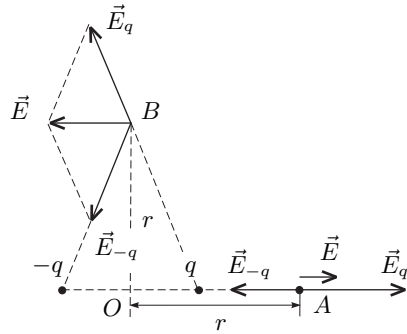


Рис. 43

оси OA и равна

$$E_A = E_q - E_{-q} = k \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - k \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = k \frac{2ql}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2},$$

где l — расстояние между зарядами диполя. На большом расстоянии (при $r \gg l$) напряженность в этом направлении убывает по закону $E \approx 2kql/r^3$. В точке B напряженности $\vec{E}_q$ и $\vec{E}_{-q}$ равны по модулю: $E_q = E_{-q} = kq/(r^2 + l^2/4)$, а результирующая напряженность $\vec{E}$ параллельна оси диполя, направлена от $(+q)$ к $(-q)$ и равна

$$E = E_q \frac{l}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} = k \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}}$$

Пример 2. Поле диполя. Диполем называют систему двух точечных зарядов q и $(-q)$ (см. рис. 43).

Найдем напряженность поля на расстоянии r от центра диполя O в двух точках — точке A , лежащей на линии зарядов, и в точке B , лежащей на перпендикуляре к этой линии (восстановленном из центра диполя). Напряженность поля в любой точке равна сумме полей двух точечных зарядов: $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{-q}$. В точке A напряженность направлена вдоль

(мы использовали подобие треугольников — см. рис. 43). При большом удалении от диполя в этом направлении (при $r \gg l$) напряженность также убывает как r^{-3} : $E \approx kql/r^3$.

Пример 3. Поле равномерно заряженной сферы (заряд Q , радиус R).

С л у ч а й $r < R$. Рассмотрим произвольную точку A (рис. 44) и докажем, что вклады в $\vec{E}$ от противоположных маленьких площадок, отсекаемых от сферы узким конусом, компенсируются, т.е. в любой точке внутри сферы $\vec{E} = 0$. Заряд площадки пропорционален ее площади, т.е. $q_B/q_C = S_B/S_C$. Из подобия конусов следует, что отношение линейных размеров площадок равно r_{AB}/r_{AC} , значит $S_B/S_C = r_{AB}^2/r_{AC}^2$. Получаем, что $kq_B/r_{AB}^2 = kq_C/r_{AC}^2$, т.е. напряженности компенсируются. Отметим, что если бы не зависимость r^{-2} в законе Кулона, $\vec{E}$ не получилась бы равной нулю.

С л у ч а й $r > R$. Строгий расчет по принципу суперпозиции провести очень сложно. Дадим качественное пояснение с помощью силовых линий. Картина силовых линий двух полей (точечного заряда и равномерно заряженной сферы) при $r > R$ выглядит одинаково — линии равномерно расходятся по радиусам. Кроме того, если заряды равны, то и число порождаемых ими линий одинаково. Значит, густота линий, т.е. $E(r)$, совпадает для этих полей при любом $r > R$.

В ы в о д. Внутри заряженной сферы напряженность равна нулю, вне сферы поле совпадает с полем точечного заряда Q , помещенного в центр сферы:

$$E(r) = \begin{cases} 0 & \text{при } r < R, \\ k \frac{Q}{r^2} & \text{при } r > R. \end{cases}$$

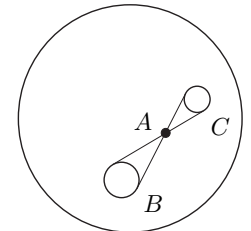


Рис. 44

Замечание. Поле вблизи поверхности сферы ($r = R + x$, $x \ll R$) равно

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\sigma 4\pi R^2)}{R^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad (4)$$

где σ — поверхностная плотность заряда.

Пример 4. Поле равномерно заряженной плоскости (поверхностная плотность заряда σ).

Из соображений симметрии ясно, что вектор $\vec{E}$ в любой точке перпендикулярен плоскости. Из картины силовых линий видно, что густота линий (а значит и E) не зависит от расстояния до плоскости — поле однородно. Чтобы найти E , рассмотрим поле вблизи поверхности заряженной сферы (на расстоянии $r = R + x$, $x \ll R$). Оно равно σ/ϵ_0 вне сферы и нулю внутри (см. (4)). Это поле

можно представить в виде суперпозиции двух полей: поля $\vec{E}_{\text{пл}}$, создаваемого близлежащим плоским участком (его размеры должны быть велики по сравнению с x , но малы по сравнению с R — тогда поле этого участка будет совпадать с полем бесконечной плоскости), и поля $\vec{E}_1$, создаваемого остальными участками сферы (рис. 45). По разные стороны от поверхности $\vec{E}_1$ — одна и та же (она создана удаленными зарядами), а $\vec{E}_{\text{пл}}$, из соображений симметрии, имеет противоположные направления. В итоге получим систему уравнений

$$\begin{cases} E_{\text{пл}} + E_1 = \sigma/\varepsilon_0, \\ E_{\text{пл}} - E_1 = 0, \end{cases}$$

Рис. 45

из которой находим

$$E_{\text{пл}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \quad (5)$$

► **Электростатика проводников.** *Проводником* называют вещество, в котором под действием электрического поля возникает упорядоченное движение заряженных частиц (вещество «проводит» ток). Для этого в веществе должно быть достаточное количество заряженных частиц, способных перемещаться вдоль всего проводника — их называют *свободными зарядами*. В металлах, например, носителями свободных зарядов являются электроны.

В электростатике рассматривается ситуация, когда все заряды находятся в равновесии, т.е. упорядоченное движение отсутствует. Это значит, что результирующая напряженность во всех точках внутри проводника равна нулю. Это условие (назовем его условием равновесия свободных зарядов) выполняется как в случае изолированного проводника, так и для проводника во внешнем поле. Оказывается, в любом случае существует единственное расположение свободных зарядов, удовлетворяющее условию равновесия (это утверждение называют *теоремой единственности*).

Исходя из этой теоремы можно сразу сказать, что заряд, нанесенный на изолированный проводящий шар, равномерно распределится по его поверхности — в этом случае, как мы знаем, напряженность внутри шара равна нулю. Оказывается, это не случайность: можно доказать, что в состоянии равновесия свободные заряды всегда располагаются только на поверхности проводника. На этих поверхностных зарядах начинаются силовые линии поля, уходящие наружу перпендикулярно к поверхности

(в противном случае началось бы движение свободных зарядов вдоль поверхности).

► **Проводник во внешнем поле.** При внесении проводника в поле внешних зарядов свободные заряды проводника перераспределяются. Это явление называют *электростатической индукцией*. После перераспределения внешнее поле внутри проводника оказывается полностью скомпенсировано полем свободных зарядов. Заряды, распределившиеся по поверхности проводника под действием внешнего поля, называют *наведенными (индуцированными) зарядами*.

Пример 5. Плоскую проводящую пластину, толщина которой значительно меньше ее поперечных размеров, помещают в однородное электростатическое поле с напряженностью $\vec{E}$ перпендикулярно линиям поля. Под действием поля заряды перераспределяются — на одной поверхности пластины появляется наведенный заряд с поверхностной плотностью $(+\sigma)$, на другой — с поверхностной плотностью $(-\sigma)$. Напряженность поля, создаваемого этими двумя заряженными плоскостями в пространстве между ними (т.е. внутри проводника), равна σ/ε_0 (см. формулу (5)). Чтобы напряженность результирующего поля внутри проводника оказалась равной нулю, поле наведенных зарядов должно скомпенсировать внешнее поле: $\sigma/\varepsilon_0 = E$. Получаем, что поверхностная плотность наведенных зарядов равна $\sigma = \varepsilon_0 E$.

Замечание. Число силовых линий, начинающихся (или заканчивающихся) на заряде, пропорционально его абсолютной величине. Значит, можно ожидать, что напряженность поля вблизи поверхности проводника, пропорциональная густоте исходящих с поверхности линий, будет связана с поверхностной плотностью заряда на проводнике. Действительно, в двух случаях — для сферы (формула (4)) и плоской пластины (только что рассмотренный пример) мы получили один и тот же ответ:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (6)$$

Такой же ответ оказывается верным и в общем случае.

Пример 6. Метод электростатических изображений. Если поднести точечный заряд $(+q)$ к незаряженному проводнику, то на ближайшей к заряду поверхности проводника возникнут отрицательные наведенные заряды, а на дальней — положительные. В результате между зарядом и проводником возникнет притяжение. Вычислим силу притяжения в том случае, когда расстояние a между зарядом и поверхностью проводника мало (по сравнению с размерами проводника). Тогда действием положительных зарядов, наведенных на дальней поверхности, можно пренебречь, а поверхность проводника возле заряда считать плоской, т.е. достаточно рассмотреть модельную задачу

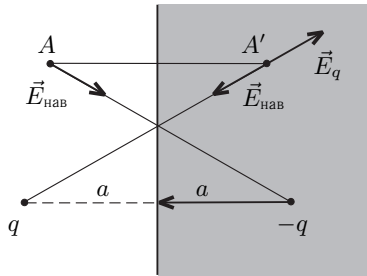


Рис. 46

о заряде и полупространстве, которое заполнено проводником (рис. 46). Найдем поле наведенных зарядов $\vec{E}_{\text{нав}}$ в произвольной (!) точке A вне проводника. Для этого мы сначала рассмотрим точку A' внутри проводника, симметричную точке A относительно плоской поверхности проводника. Поле наведенных зарядов в точке A' найти легко — оно должно компенсировать внешнее поле $\vec{E}_q$, создаваемое зарядом q . Легко сообразить, что поле наведенных зарядов внутри проводника равно полю воображаемого заряда $(-q)$, помещенного в ту же точку, где находится заряд q . Вернемся в точку A . Из соображений симметрии ясно, что поле наведенных зарядов (расположенных на плоской поверхности!) в точке A симметрично (относительно плоскости) полю наведенных зарядов в точке A' . Делаем вывод: поле наведенных зарядов в произвольной точке A вне проводника равно полю воображаемого заряда $(-q)$, расположенного симметрично заряду q относительно плоскости. Этот воображаемый заряд, полностью заменяющий все наведенные на плоскости заряды, называют *изображением* заряда q , а сам метод называют *методом электростатических изображений*. Осталось вычислить силу притяжения заряда и проводника — она равна силе притяжения заряда q к заряду-изображению $(-q)$:

$$F = k \frac{q^2}{(2a)^2}.$$

Замечание. Поскольку нам известно теперь поле во всем пространстве, в том числе вблизи проводящей плоскости, мы можем с помощью формулы (6) вычислить распределение наведенного заряда по плоскости. Попробуйте сделать это самостоятельно.

► **Поляризация диэлектриков.** Диэлектрики не проводят ток. Это означает, что в них нет свободных зарядов. Тем не менее поле в диэлектрике, как уже отмечалось (формула (3)), оказывается ослабленным. Значит, при внесении диэлектрика во внешнее поле на нем появляются заряды (их называют *связанными*), поле которых направлено против внешнего и частично его компенсирует. Образование связанных зарядов во внешнем поле называют *поляризацией диэлектрика*.

► **Типы диэлектриков и механизмы поляризации.** Если диэлектрик состоит из электронейтральных молекул (газы, жидкости, некоторые кристаллы), то поляризация диэлектрика определяется поведением этих молекул в электрическом поле.

Различают два типа молекул и, соответственно, два механизма поляризации.

Полярные диэлектрики. В полярных диэлектриках центры положительного и отрицательного зарядов каждой молекулы разделены даже в отсутствие поля (*полярные молекулы* H_2O , HCl и т. д.), т. е. каждая молекула является электрическим диполем.¹⁾ Однако вследствие теплового движения ориентация диполей оказывается хаотической, т. е. поляризация отсутствует (среднее значение вектора $\vec{l}$ равно нулю). При внесении диэлектрика в электрическое поле на каждую молекулу будет действовать вращательный момент электрических сил, стремящийся повернуть ее по полю (рис. 47). В результате вдоль поля будет ориентировано больше молекул, чем против поля. Среднее значение вектора $\vec{l}$ становится не равным нулю; для простоты можно считать, что на месте каждой молекулы появляется диполь с $\vec{l} = \vec{l}_{\text{ср}}$, направленным вдоль $\vec{E}$. Можно показать, что в сравнительно слабых полях ($qE \cdot l \ll kT$) $\vec{l}_{\text{ср}} \sim \vec{E}$.

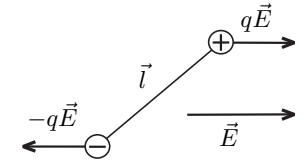


Рис. 47

Неполярные диэлектрики. В неполярных диэлектриках центры положительного и отрицательного зарядов в отсутствие поля совпадают (*неполярные молекулы* H_2 , N_2 , O_2 и др.). При помещении такой молекулы в поле $\vec{E}$ на положительный заряд действует сила вдоль поля, а на отрицательный — против поля, и они начинают расходиться. При этом возникает сила взаимодействия между этими зарядами, которая стремится вернуть их в прежнее положение, и между ними устанавливается некоторое равновесное расстояние l . Можно сказать, что все молекулы деформируются так, что на месте каждой из них возникает диполь. В небольших полях среднее значение вектора $\vec{l}$ пропорционально средней напряженности электрического поля в диэлектрике ($\vec{l}_{\text{ср}} \sim \vec{E}$).

¹⁾ Центр положительных (отрицательных) зарядов определяется аналогично центру масс (см. главу 1):

$$\vec{r}_+ = \frac{q_1 \vec{r}_1 + q_2 \vec{r}_2 \dots}{q_1 + q_2 \dots}.$$

Диполем в общем случае называют электронейтральную систему зарядов, в которой центр положительных зарядов не совпадает с центром отрицательных. Вектор $\vec{l}$, проведенный из центра отрицательных зарядов к центру положительных, определяет ориентацию диполя в пространстве.

Ионные кристаллы. Если диэлектрический кристалл состоит из чередующихся положительных и отрицательных ионов (NaCl и др.), то при помещении его во внешнее поле происходит смещение всей «подрешетки» положительных зарядов по отношению к отрицательным на расстояние $l_{\text{ср}}$ в направлении $\vec{E}$.

В простейшем случае, когда поле однородно, легко понять общий для всех механизмов результат поляризации: происходит как бы сдвиг всех положительных зарядов диэлектрика относительно отрицательных на расстояние $l_{\text{ср}}$. Ясно, что объем диэлектрика останется электронейтральным, а на поверхности возникнут тонкие слои положительных и отрицательных зарядов толщиной $l_{\text{ср}}$. Оказывается, этот результат носит общий характер: при поляризации незаряженного диэлектрика возникают только поверхностные связанные заряды. В тонкой диэлектрической пластинке, перпендикулярной к внешнему полю $\vec{E}_0$, поле ослабляется в ε раз:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon},$$

где ε — диэлектрическая проницаемость диэлектрика. Это утверждение оказывается верным для любого однородного диэлектрика, граница которого перпендикулярна силовым линиям поля, существовавшего до внесения диэлектрика (например, для шарового слоя диэлектрика вокруг точечного заряда).

Пример 7. При помещении плоской диэлектрической пластины с проницаемостью ε в однородное поле перпендикулярно напряженности $\vec{E}_0$ на одной ее поверхности возникнут связанные заряды с плотностью $+\sigma_{\text{св}}$, а на другой — с плотностью $(-\sigma_{\text{св}})$. Поле этих двух заряженных слоев равно $\sigma_{\text{св}}/\varepsilon_0$ (см. формулу (6)), т.е. поле внутри пластины равно $E = E_0 - \sigma_{\text{св}}/\varepsilon_0$. С другой стороны, оно должно быть равно $E = E_0/\varepsilon$. Приравняв эти выражения, найдем поверхностную плотность связанных зарядов:

$$\sigma_{\text{св}} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \varepsilon_0 E_0.$$

► **Потенциал электростатического поля.** Важное свойство электростатического поля заключается в том, что *работа сил поля при перенесении пробного заряда из одной точки пространства в другую* не зависит от траектории движения заряда (или, что то же самое, работа поля вдоль замкнутой траектории равна нулю). Поля, обладающие таким свойством, называют *потенциальными*. (Потенциальное поле — это поле

консервативных сил, которые рассматривались в механике, см. гл. 1, § 3.)

Докажем потенциальность поля, создаваемого одним точечным зарядом (произвольное электростатическое поле есть суперпозиция таких полей). Разобьем траекторию перемещения пробного заряда q на маленькие отрезки. Работа поля по переносу этого заряда равна

$$A = \sum_i F_i |\Delta \vec{r}_i| \cos \alpha_i = \sum_i q E_i(r) \Delta r_i,$$

где α_i — угол между направлением движения и радиальным направлением, а $\Delta r_i = |\Delta \vec{r}_i| \cos \alpha_i$ — изменение расстояния до источника поля. Правая часть равенства в точности совпадает с работой поля при перемещении пробного заряда q по прямой в радиальном направлении и не зависит от траектории, а зависит только от начального и конечного расстояния до источника поля. (Отметим, что приведенное рассуждение годится для доказательства потенциальности любого центрального поля.)

Опираясь на свойство потенциальности, можно определить *потенциальную энергию W_q пробного заряда q во внешнем электростатическом поле*. Делается это так же, как в механике. (В главе 3 для обозначения энергии используется буква W .)

1. Определяем разность потенциальных энергий в различных точках

$$W_q(\vec{r}_1) - W_q(\vec{r}_2) = A_q(\vec{r}_1, \vec{r}_2), \quad (7)$$

где $A_q(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ — работа поля по переносу заряда q из точки $\vec{r}_1$ в точку $\vec{r}_2$.

2. Выбираем положение пробного заряда (точка $\vec{r}_0$), в котором его потенциальная энергия равна нулю (выбор точки отсчета потенциальной энергии). Пусть $r_2 = r_0$, тогда получаем выражение для потенциальной энергии пробного заряда в произвольной точке пространства

$$W_q(\vec{r}) = A_q(\vec{r}, \vec{r}_0). \quad (8)$$

Так как сила $\vec{F}_q$, действующая на пробный заряд со стороны поля, пропорциональна q : $\vec{F}_q = q\vec{E}$, то и работа по любой траектории пропорциональна q . Из формулы (8) следует, что W_q/q не зависит от пробного заряда q , т.е. является характеристикой поля в данной точке. Эту величину называют *потенциалом* поля и обозначают буквой φ :

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{W_q(\vec{r})}{q} = \frac{A_q(\vec{r}, \vec{r}_0)}{q}. \quad (9)$$

Подставляя $W_q = q\varphi$ в формулу (7), получаем выражение для работы поля над зарядом q :

$$A_q(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (10)$$

Величину $\varphi_1 - \varphi_2$ называют *разностью потенциалов* между точками поля (в отличие от приращения потенциала $\varphi_2 - \varphi_1$) и обозначают буквой U_{12} (или просто U). Потенциал и разность потенциалов в СИ выражают в *вольтах* ($V = Дж/Кл$).

► **Эквипотенциальные поверхности.** Геометрическое место точек, обладающих одинаковым потенциалом φ , называют эквипотенциальной поверхностью. В каждой точке эта поверхность перпендикулярна вектору напряженности. (Работа поля равна нулю при любом смещении пробного заряда q вдоль эквипотенциальной поверхности (см. (10)). Значит, сила $q\vec{E}$ должна быть перпендикулярна к поверхности.)

Замечание. В электростатике поверхность проводника всегда представляет собой эквипотенциальную поверхность.

► **Разность потенциалов в однородном поле.** Рассмотрим две точки A и B ($AB = l$) в поле $\vec{E}$. Если угол между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{E}$ равен α (рис. 48), то

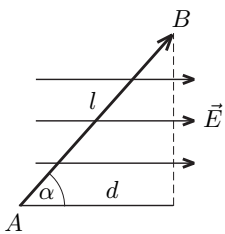


Рис. 48

$$\varphi_A - \varphi_B = El \cos \alpha, \quad \text{или} \quad |U| = Ed, \quad (11)$$

где d — расстояние между эквипотенциальными поверхностями (плоскостями), содержащими точки A и B . Действительно, работа поля равна $F_q l \cos \alpha = (qE)l \cos \alpha$, а по формуле (10) она же равна $q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Сокращая q , получим формулу (11). (Из формулы (11) видно, что напряженность можно выражать в В/м.)

► **Потенциал поля точечного заряда.** Применим формулу (11) к точкам A и B , лежащим на одном радиусе на расстояниях r и $r + \Delta r$ от точечного заряда Q (при малом Δr поле можно считать однородным):

$$\varphi(r) - \varphi(r + \Delta r) = E_r \Delta r.$$

(Положительным направлением считается направление от заряда.) Устремляя Δr к нулю, имеем

$$\varphi'(r) = -E_r.$$

Значит, потенциал φ может быть найден как первообразная от E_r , взятая с обратным знаком. Так как $E_r = kQ/\varepsilon r^2$ (см. (3)), то для φ получаем выражение

$$\varphi = k \frac{Q}{\varepsilon r} + C.$$

Константа C зависит от выбора точки нулевого потенциала. Самый простой вид φ ($C = 0$) соответствует выбору нулевого потенциала на бесконечности:

$$\varphi = k \frac{Q}{\varepsilon r}. \quad (12)$$

► **Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов.** Энергию взаимодействия двух зарядов q_1 и q_2 можно вычислить, считая, что заряд q_1 находится в поле заряда q_2 (или наоборот):

$$W_{1,2} = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r}. \quad (13)$$

Ответ, естественно, выглядит симметрично.

► **Принцип суперпозиции для потенциала.** Потенциал результирующего поля равен сумме потенциалов, создаваемых в данной точке отдельными зарядами

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots$$

Пример 8. Рассмотрим тонкое кольцо радиусом R , равномерно заряженное зарядом Q . Найдём напряженность и потенциал в точке A , расположенной на оси кольца на расстоянии x от его центра (рис. 49). Разобьём кольцо на малые участки, содержащие заряды ΔQ_i . Поле, создаваемое таким участком в точке A , вычислим по формуле для точечного заряда:

$$\Delta E_i = k \frac{\Delta Q_i}{x^2 + R^2}, \quad \Delta \varphi_i = k \frac{\Delta Q_i}{\sqrt{x^2 + R^2}}.$$

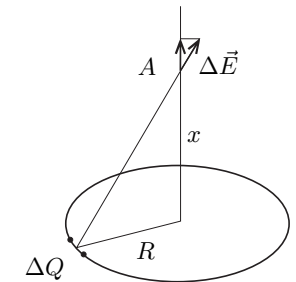


Рис. 49

Чтобы найти векторную сумму всех $\Delta \vec{E}_i$, заметим, что из соображений симметрии $\vec{E}$ должна быть направлена вдоль оси кольца. Значит, надо просуммировать только проекции $\Delta \vec{E}_i$ на эту ось:

$$E = \sum_i \Delta E_i \cos \alpha = \sum_i k \frac{\Delta Q_i}{x^2 + R^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}},$$

откуда, просуммировав заряды, получим:

$$E = k \frac{Qx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}.$$

С потенциалом все проще — надо просто сложить все $\Delta\varphi_i$:

$$\varphi = \sum_i k \frac{\Delta Q_i}{\sqrt{x^2 + R^2}} = k \frac{Q}{\sqrt{x^2 + R^2}}.$$

Зная φ , можно найти работу поля по перемещению заряда q из точки A на бесконечность (или в любую другую точку на оси):

$$A = q(\varphi - 0) = k \frac{qQ}{\sqrt{x^2 + R^2}}.$$

Если, например, поместить в точку A тело массой m с зарядом q (того же знака, что и Q) и отпустить, то его скорость на большом расстоянии от кольца можно найти из теоремы о кинетической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = k \frac{qQ}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

(кольцо считаем неподвижным).

► Связь между напряженностью и потенциалом.

1. Пусть известна напряженность поля во всем пространстве. Разность потенциалов между произвольными точками A и B можно вычислить, разбив соединяющую их линию на малые участки длиной Δl_i ($i = 1, 2, \dots$) и применяя на каждом участке формулу (11):

$$\varphi_A - \varphi_B = E_1 \Delta l_1 \cos \alpha_1 + E_2 \Delta l_2 \cos \alpha_2 + \dots$$

2. Если, наоборот, известны потенциалы всех точек поля, то, построив систему эквипотенциальных поверхностей, найдем направление $\vec{E}$ в любой точке: вектор $\vec{E}$ перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям и направлен в сторону уменьшения потенциала. Чтобы найти E , надо применить формулу (11) к двум близким точкам на одной силовой линии: $E = |\Delta\varphi/\Delta x|$. Видно, что как напряженность, так и потенциал содержат, каждый по отдельности, полную информацию об электростатическом поле.

Замечание. Можно вычислить проекцию E_x на произвольную ось X , если известен потенциал на этой оси $\varphi(x)$. Для этого надо применить формулу (10) к двум близким точкам на этой оси:

$$qE_x \Delta x = q(\varphi(x) - \varphi(x + \Delta x)),$$

т. е.

$$E_x = -\varphi'(x).$$

Например, в предыдущем примере можно найти напряженность поля на оси кольца не методом суперпозиции, а взяв производную (с обратным знаком) от потенциала. Проверьте это.

► **Потенциал проводника.** Так как напряженность поля внутри проводника равна нулю, то все его точки имеют одинаковый потенциал, и можно говорить о потенциале проводника. Например, *потенциал уединенной проводящей сферы* (или шара) радиусом R равен

$$\varphi_{\text{сф}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{Q}{R}, \quad (14)$$

где Q — заряд сферы, а ϵ — диэлектрическая проницаемость среды вокруг проводника.

Пример 9. Найдем, как изменится потенциал проводящей сферы, если на расстоянии $l > R$ от ее центра поместить точечный заряд q . В присутствии точечного заряда распределение зарядов по поверхности сферы не будет равномерным. Однако потенциал сферы можно вычислить и не зная распределения зарядов на проводнике. Для этого рассмотрим центр O сферы. Потенциал этой точки легко вычислить благодаря тому, что все заряды на поверхности сферы расположены от нее на одинаковом расстоянии R :

$$\varphi = k \frac{q}{l} + \sum_i k \frac{\Delta Q_i}{R} = k \frac{q}{l} + k \frac{Q}{R}.$$

Но потенциал центра сферы равен потенциалу всех остальных точек внутри сферы, т. е. равен потенциалу самой сферы. Отметим, что так же можно вычислить и потенциал уединенной сферы, т. е. получить формулу (14).

При соединении двух проводников проводящей проволокой они образуют единый проводник, т. е. их потенциалы выравниваются. Это происходит за счет перетекания части заряда с одного проводника на другой (полный заряд двух проводников при этом не меняется). При *заземлении проводника* он приобретает потенциал, равный потенциалу Земли (обычно потенциал Земли принимают равным нулю).

Пример 10. Посмотрим, как распределится заряд между двумя удаленными друг от друга проводящими сферами радиусами R_1 и R_2 , если их соединить тонкой проволокой. Из условия равенства потенциалов,

$$k \frac{Q_1}{R_1} = k \frac{Q_2}{R_2},$$

получим, что отношение зарядов на сферах равно отношению радиусов.

Но хотя на большей сфере содержится больший заряд, поверхностная плотность заряда на ней будет меньше:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1/4\pi R_1^2}{Q_2/4\pi R_2^2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Рассматривая две соединенные сферы как модель проводника с переменной кривизной поверхности, можно сделать вывод, что участки проводника с маленьким радиусом закругления (острия) должны обладать большой поверхностной плотностью заряда. Так как густота силовых линий около поверхности проводника пропорциональна поверхностной плотности заряда (см. формулу (6)), то напряженность поля возле острия будет гораздо больше, чем около других участков поверхности. Большая напряженность может приводить к ионизации воздуха возле острия и возникновению свечения (огни Святого Эльма).

► **Конденсаторы.** Конденсатором называют систему двух изолированных друг от друга проводников (обкладки конденсатора), полный заряд которых равен нулю. Если один проводник содержит положительный заряд $(+q)$, а другой — отрицательный заряд $(-q)$, то между ними возникает разность потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$. Заряд q называют зарядом конденсатора, модуль разности потенциалов U иногда называют *напряжением на конденсаторе*. Можно доказать, что q пропорционален U :

$$q = CU,$$

где C — *электрическая емкость* (или просто *емкость*). Она выражается в *фарадах* ($\Phi = \text{Кл/В}$). Емкость конденсатора не зависит от q и U .

► **Плоский конденсатор.** Рассмотрим пример *плоского конденсатора*, образуемого двумя пластинами площадью S , расстояние между которыми d много меньше их размеров. Поле между ними можно почти всюду считать однородным ($E = U/d = \text{const}$), т.е. пластины заряжены равномерно с поверхностной плотностью $\sigma = q/S$. Каждая пластина создает поле $E_{\text{пл}} = \sigma/2\varepsilon_0\varepsilon$ (формула (5)), т.е. результирующее поле между пластинами равно

$$E = 2E_{\text{пл}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon S}, \quad (15)$$

а вне конденсатора напряженность поля пренебрежимо мала. Учитывая, что $U = Ed$, выражаем U через q и находим емкость C :

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}. \quad (16)$$

Вопрос. Как изменятся характеристики заряженного плоского конденсатора (заряд, напряжение, напряженность, емкость), если расстояние между его обкладками увеличить в два раза?

Ответ. Емкость конденсатора уменьшится в два раза. Изменение остальных характеристик зависит от того, какой конденсатор рассматривается — изолированный или подключенный к источнику. В первом случае заряд на обкладках не изменяется, напряженность тоже (см. (15)), а напряжение в два раза увеличивается. Во втором случае источник поддерживает постоянное напряжение, значит и напряженность, и заряд уменьшатся в два раза.

Вопрос. Какую работу надо совершить, чтобы перенести пробный заряд q из точки A в точку B по траектории $A - C - B$, лежащей вне конденсатора (рис. 50)?

Ответ. На первый взгляд может показаться, что поскольку вне конденсатора поля нет, то работа должна быть равна нулю. Однако это не так. Поскольку работа поля не зависит от траектории, то вместо указанной траектории можно пройти из A в B по прямой линии через конденсатор, и работа от этого не изменится. Значит, работа поля равна $-qU$, где U — напряжение на конденсаторе, а нам придется совершить работу qU . На длинной траектории слабое наружное поле совершает точно такую же работу, как на коротком пути — сильное внутреннее поле.

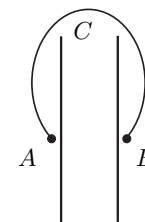


Рис. 50

► **Соединение конденсаторов.** Из двух (или нескольких) конденсаторов можно сделать как бы один, соединяя их обкладки проволочками. Два конденсатора можно соединить двумя способами.

1. Параллельное соединение.

Обкладки конденсаторов соединяют попарно (рис. 51 а), т.е. в системе остается только два изолированных проводника, которые и играют роль обкладок нового конденсатора. Напряжение между этими обкладками U равно напряжению на каждом из конденсаторов C_1 и C_2 : $U_1 = U_2 = U$. Заряд нового конденсатора q равен сумме зарядов $q_1 = C_1U$ и $q_2 = C_2U$. По определению $q = C_{\text{общ}}U$, и для $C_{\text{общ}}$ получаем

$$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2.$$

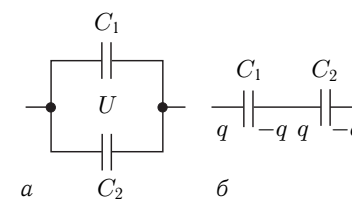


Рис. 51

2. Последовательное соединение. В этом случае производят только одно соединение (рис. 51 б), а две оставшиеся обкладки — одна от конденсатора C_1 , другая от конденсатора C_2 —

играют роль обкладок нового конденсатора. При подключении этих внешних обкладок к источнику с напряжением U полный заряд на соединенных обкладках остается равным нулю (закон сохранения заряда); значит заряды всех конденсаторов равны: $q_1 = q_2 = q$. Напряжение на новом конденсаторе U равно сумме $U_1 = q/C_1$ и $U_2 = q/C_2$. Учитывая, что $U = q/C_{\text{общ}}$, получаем

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Пример 11. При решении задач часто возникает необходимость, зная напряжение U на системе последовательно соединенных конденсаторов с емкостями C_1 и C_2 , найти напряжение на каждом конденсаторе (или наоборот). Для этого надо учесть, что заряд на системе равен заряду каждого из конденсаторов:

$$U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{C_{\text{общ}} U}{C_1} = \frac{C_2 U}{C_1 + C_2}.$$

Этот метод применим при любом числе последовательно соединенных конденсаторов (меняется только формула для $C_{\text{общ}}$).

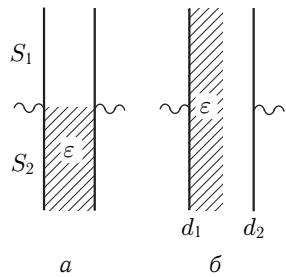


Рис. 52

Пример 12. Эквивалентные схемы. Если пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено диэлектриком не полностью, а частично, то для вычисления емкости нельзя применять формулу (16). Однако часто удается заменить такой конденсатор эквивалентной схемой, содержащей только элементарные конденсаторы (т.е. пустые или полностью заполненные диэлектриком). Например, конденсатор на рис. 52а можно заменить двумя параллельно соединенными конденсаторами с емкостями $C_1 = \varepsilon_0 S_1/d$ и $C_2 = \varepsilon_0 S_2/d$, а конденсатор на рис. 52б — двумя последовательно соединенными конденсаторами с емкостями $C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon S/d_1$ и $C_2 = \varepsilon_0 S/d_2$.

Вопрос. Изменится ли емкость конденсатора на рис. 52б, если диэлектрическую пластину толщиной d_1 расположить не вплотную к обкладке?

Ответ. Нет, не изменится. Это можно проверить непосредственным расчетом, но можно понять и без вычислений. Отодвинув пластину, мы получим эквивалентную схему с тремя конденсаторами: пустой-полный-пустой. Ответ для емкости не изменится, если на эквивалентной схеме поменять местами первый и второй конденсаторы. Но такая замена эквивалентна перемещению диэлектрика обратно к обкладке.

Замечание. При выборе эквивалентной схемы нельзя ориентироваться только по внешнему виду системы, надо проверять «физические признаки» параллельного и последовательного соединений. Например, на рис. 53 изображена система, внешне похожая на рис. 52б, но с замкнутыми внешними обкладками. Поэтому эквивалентная схема содержит не последовательно, а параллельно соединенные конденсаторы $C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon S/d_1$ и $C_2 = \varepsilon_0 S/d_2$. Это становится понятным, если заметить, что в системе присутствуют всего два изолированных друг от друга проводника (которые и будут новыми обкладками), т.е. напряжения на правом и левом промежутках равны — а это и есть признак параллельного соединения! Когда это понято, легко добиться и внешнего сходства с параллельным соединением — надо мысленно разрезать внутреннюю пластину вдоль ее плоскости, а затем развернуть получившиеся конденсаторы на 90° .

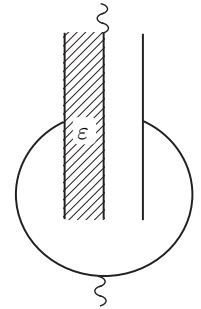


Рис. 53

► **Потенциальная энергия системы зарядов.** Потенциальная энергия системы зарядов, по определению, равна работе внешних сил по созданию этой системы или, что то же самое, работе сил электростатического взаимодействия при ее уничтожении (т.е. при разнесении зарядов на бесконечность). Эта энергия равна сумме энергий взаимодействия между всеми парами зарядов (см. формулу (13)):

$$W = W_{1,2} + W_{1,3} + \dots + W_{2,3} + \dots = \sum_{i < j} W_{i,j}. \quad (17)$$

Пример 13. Рассмотрим четыре одинаковых заряда q , расположенных вдоль прямой так, что расстояние между соседними зарядами равно a . Вычислим, какую надо совершить работу, чтобы разместить их в вершинах тетраэдра со стороной a . Начальная энергия этой системы зарядов

$$W_1 = 3k \frac{q^2}{a} + 2k \frac{q^2}{2a} + k \frac{q^2}{3a},$$

а конечная

$$W_2 = 6k \frac{q^2}{a}.$$

Работа внешних сил по перемещению зарядов равна

$$A = W_2 - W_1 = \frac{5}{3} k \frac{q^2}{a}.$$

Пример 14. Четыре электрона сначала удерживают в вершинах тетраэдра со стороной $a = 1$ см, а затем одновременно освобождают.

Найдем скорость электронов после их разлета на бесконечность. Запишем закон сохранения энергии:

$$6k \frac{e^2}{a} = 4 \frac{mv^2}{2}.$$

Получаем

$$v = \sqrt{\frac{3ke^2}{ma}} = 275 \text{ м/с}.$$

Формулу (17) можно преобразовать к виду

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} W_{i,j} = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i,$$

где φ_i — потенциал поля всех остальных зарядов в точке, где находится заряд q_i ($i = 1, 2, \dots, N$).

В самом деле, $q_i \varphi_i$ равно работе электростатических сил при удалении заряда q_i в поле всех остальных зарядов. Значит, сумма всех $q_i \varphi_i$ учитывает работу сил взаимодействия между зарядами q_i и q_j два раза (при удалении q_i и при удалении q_j), и ее надо умножить на $1/2$.

► **Энергия проводника.** Так как все точки проводника имеют один и тот же потенциал φ , то энергия проводника равна

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi + q_2 \varphi + \dots) = \frac{q\varphi}{2},$$

где φ — потенциал проводника, q — заряд проводника. Например, энергия уединенной сферы (см. (14)) равна $W = q^2 / (8\pi\epsilon_0 R)$. При заземлении сферы она разрядится, и именно столько энергии выделится в виде тепла при протекании тока по заземляющему проводу.

► **Энергия конденсатора.** Положительно заряженная пластина (сумма всех зарядов на ней равна q) имеет потенциал φ_1 , а отрицательно заряженная пластина — потенциал φ_2 . Поэтому

$$W = \frac{1}{2} (q\varphi_1 - q\varphi_2) = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Для плоского воздушного конденсатора эта же формула может быть получена подсчетом работы, которую надо совершить при раздвижении пластин конденсатора до расстояния d . Сила

притяжения, действующая на каждую пластину, равна

$$F = qE_{\text{пл}} = \frac{qE}{2},$$

где $E_{\text{пл}}$ — поле, созданное другой пластиной. Так как $E = q/(\epsilon_0 S)$ (см. (15)), то сила F не зависит от расстояния между пластинами. Получаем

$$W = Fd = \frac{qEd}{2} = \frac{qU}{2}.$$

Пример 15. При переключениях в конденсаторных схемах происходит перезарядка, что приводит к изменению энергии системы конденсаторов. При перезарядке в соединяющих проводах протекает ток, провода нагреваются, т. е. часть электрической энергии переходит во внутреннюю. Например, при соединении обкладок конденсатора емкостью C_1 , заряженного до напряжения U_1 , с обкладками незаряженного конденсатора емкостью C_2 после перезарядки устанавливается общее напряжение U' , которое можно найти из закона сохранения заряда:

$$C_1 U_1 = (C_1 + C_2) U'.$$

Уменьшение электростатической энергии при перезарядке равно

$$\frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U'^2}{2} = \frac{C_1 C_2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

Именно на столько увеличится внутренняя (тепловая) энергия соединительных проводов (для краткости говорят: выделится в виде тепла).

Замечание. Если в схеме присутствуют источники тока, то при записи закона сохранения энергии надо учитывать работу, совершенную ими при перезарядке.

► **Плотность энергии поля.** При последовательном полевом подходе следует считать, что энергия заключена не во взаимодействующих зарядах, а в электрическом поле, заполняющем пространство между ними. Это подтверждается тем, что плотность энергии поля, равная отношению энергии конденсатора W к его объему $V = Sd$:

$$\frac{W}{V} = \frac{1}{V} \frac{CU^2}{2} = \frac{1}{Sd} \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \right) \frac{(Ed)^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2},$$

зависит только от напряженности поля E и диэлектрической проницаемости ϵ среды, которые могут быть определены в каждой точке пространства (являются *локальными характеристиками*).

Пример 16. Вычислим работу, которую надо совершить для медленного извлечения из изолированного конденсатора тонкой диэлектрической пластины толщиной $d_1 < d$ (d — расстояние между обкладками). Пластина расположена параллельно обкладкам, ее площадь S равна площади обкладок. Работа равна изменению электростатической энергии: $A = W_2 - W_1$. Можно рассчитать начальную и конечную энергии конденсатора, рассмотрев эквивалентную схему, вычислив емкость в начальном и конечном состоянии и используя формулу $W = q^2/2C$ (заряд на обкладках сохраняется). Прodelайте такой расчет сами, а мы покажем, как решить эту задачу через плотность энергии поля. Напряженность поля в пустом от диэлектрика пространстве не изменится, а в том месте, где был диэлектрик, напряженность изменится от E/ε до E , где $E = \sigma/\varepsilon_0$. Значит, изменение энергии в объеме диэлектрика $V = Sd_1$ равно

$$\Delta W = V \left(\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} - \frac{\varepsilon \varepsilon_0 (E/\varepsilon)^2}{2} \right) = d_1 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}.$$

Хочется обратить внимание на особенность электростатических расчетов, проявившуюся в этом примере. При вычислении энергии мы пренебрегали краевыми эффектами и считали поле однородным. В то же время возникновение силы, втягивающей частично извлеченную пластину обратно в конденсатор (против этой силы мы совершаем работу), объясняется именно краевыми эффектами! Дело в том, что благодаря потенциальности поля наличие краевых эффектов учитывается автоматически. (Сравните с обсуждением вопроса, поставленного на стр. 105.)

§ 2. Законы постоянного тока

► **Электрический ток. Сила тока.** Электрическим током называют упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц (носителей тока). За направление тока принимают направление движения положительных зарядов; ток, созданный отрицательными зарядами, направлен против их упорядоченного движения. Количественной мерой тока служит *сила тока*, которую определяют как отношение заряда Δq , прошедшего через поперечное сечение проводника за некоторый интервал времени Δt , к величине этого интервала:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Конечному Δt соответствует *средняя сила тока* за время Δt . Чтобы найти мгновенную силу тока $I(t)$, надо Δt устремить к нулю: $I = q'(t)$.

Если сила тока не зависит от времени, то такой ток называют *постоянным*. Сила тока одинакова на всех участках неразветвленной цепи (иначе происходило бы накопление заряда). Силу тока выражают в *амперах* (А). Ампер — основная единица СИ, определяемая через магнитное взаимодействие токов¹⁾.

Если требуется вычислить заряд, прошедший через сечение проводника за время t , то в случае постоянного тока он вычисляется совсем просто: $q = It$. Если же ток меняется со временем, то заряд равен площади под графиком $I(t)$ (интеграл от силы тока). Если $I(t)$ — линейная функция, то задача сводится к вычислению площади трапеции, т. е.

$$q = \frac{I_1 + I_2}{2} t.$$

Средняя сила тока в этом случае равна $I_{cp} = (I_1 + I_2)/2$.

► **Плотность тока.** Силу тока можно выразить через *среднюю скорость упорядоченного движения зарядов* $\vec{v}_{cp}$:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = q_0 n v_{cp} S,$$

где q_0 — заряд носителей тока, n — их концентрация. (Заряд Δq , прошедший через сечение S за время Δt , равен количеству частиц в объеме $\Delta V = v_{cp} \Delta t \cdot S$, умноженному на q_0 .) Величину

$$j = \frac{I}{S} = q_0 n v_{cp} \quad (18)$$

называют *плотностью тока* (выражают в А/м²). В отличие от силы тока I , относящейся к проводу в целом, j является *локальной* характеристикой: ее можно определить в каждой точке проводника (для этого надо S устремить к нулю). Кроме того, плотность тока (в отличие от силы тока) является вектором: $\vec{j} = q_0 n \vec{v}_{cp}$.

В веществе носителями тока являются свободные заряды. Оценим v_{cp} для свободных электронов в меди при плотности тока 10^6 А/м². Концентрация свободных электронов примерно равна концентрации атомов $n = N_A \rho / M \approx 8,5 \cdot 10^{28}$ 1/м³, а $q_0 = e$; подставляя в (18), получаем $v_{cp} \approx 7 \cdot 10^{-5}$ м/с. Для сравнения приведем среднюю квадратичную скорость хаотического

¹⁾ При протекании токов силой 1 А по двум параллельным бесконечно длинным тонким проводам, удаленным друг от друга на 1 м, сила их магнитного взаимодействия в расчете на 1 м длины равна $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

теплого движения электронов при комнатной температуре: $v_{\text{кв}} = \sqrt{3kT/m_e} \sim 10^5$ м/с (см. главу 2, формулу (4)).

► **Закон Ома. Сопротивление проводников.** В проводнике направленному движению свободных зарядов оказывает сопротивление кристаллическая решетка. Для поддержания тока на заряды должна постоянно действовать сила $\vec{F} = q_0 \vec{E}$ в направлении тока. Как только эта сила исчезает, ток быстро обращается в нуль за счет столкновений зарядов с решеткой. Закон Ома в локальной форме утверждает, что плотность тока в данной точке проводника пропорциональна напряженности:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}, \quad (19)$$

где σ — удельная проводимость, а ρ — удельное сопротивление материала проводника.

На однородном участке цепи (не содержащем источников тока) поле $\vec{E}$ — электростатического происхождения ($\vec{E} = \vec{E}^{\text{эл}}$). Оно создается поверхностными зарядами, которые образуются на всех участках цепи сразу после ее замыкания. В проводе постоянного сечения $\vec{j}$, а следовательно и $\vec{E}$, всюду направлены вдоль провода и постоянны по величине.

Однородный участок цепи описывают не локальными величинами $\vec{j}$ и $\vec{E}^{\text{эл}}$, а током I и разностью потенциалов U на его концах. Из (19) следует, что I пропорционален U (закон Ома):

$$I = \frac{1}{R} (\varphi_1 - \varphi_2), \quad \text{или} \quad I = \frac{1}{R} U. \quad (20)$$

Величину R называют сопротивлением проводника и выражают в омах (Ом=В/А).

► **Зависимость сопротивления от размеров проводника.** Сопротивление зависит как от материала проводника, так и от его размеров. Например, для провода длиной l и постоянного сечения S , подставляя в (19) $j = I/S$ и $E = U/l$, получаем из (20)

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (21)$$

Из этой формулы видно, что ρ выражается в Ом·м. Например, для меди $\rho \approx 1,75 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, для никеля $\rho \approx 10,0 \cdot 10^{-8}$ Ом·м (при 20 °С).

Пример 17. При растяжении проволоки на 1 % ее начальной длины площадь ее поперечного сечения уменьшается в 1,01 раз. Из формулы (21) следует, что ее сопротивление увеличится примерно на 2 %.

► **Зависимость сопротивления от температуры.** Зависимость удельного сопротивления ρ и сопротивления R от температуры t (в градусах Цельсия) выражают эмпирической формулой

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad R = R_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 , R_0 — значения при 0 °С, а α называют температурным коэффициентом сопротивления (измеряется в 1/К). Сопротивление металлов в широком температурном диапазоне при нагревании монотонно возрастает, т. е. $\alpha > 0$. Для большинства чистых металлов ρ прямо пропорционально термодинамической температуре T , т. е.

$$\alpha \approx \frac{1}{273} \text{ К}^{-1} \approx 0,004 \text{ К}^{-1}.$$

Видно, что зависимость от температуры весьма существенна: при нагревании металлического сопротивления от 0 °С до ≈ 300 °С его сопротивление удваивается. Сопротивление полупроводников имеет сложную зависимость от температуры; в некоторых температурных диапазонах оно при нагревании уменьшается.

► **Соединение проводников.** Два проводника можно соединить последовательно (рис. 54 а) или параллельно (рис. 54 б). В первом случае $I_1 = I_2 = I$, $U_1 + U_2 = U$, причем $U_1 = IR_1$, $U_2 = IR_2$, $U = IR_{\text{общ}}$. Получаем

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2.$$

Во втором случае

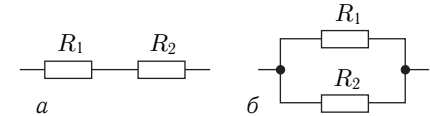


Рис. 54

$$U_1 = U_2 = U, \quad I = I_1 + I_2,$$

причем $I_1 = U/R_1$, $I_2 = U/R_2$, $I = U/R_{\text{общ}}$. Получаем

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Замечание. Эти формулы легко обобщаются на случай произвольного числа сопротивлений. Например, сопротивление N последовательно соединенных сопротивлений величиной R каждое равно NR , если же их соединить параллельно, то получим сопротивление R/N .

Вопрос. На сколько одинаковых частей надо разрезать проволоку, чтобы после их параллельного соединения (например, скручивания вместе) сопротивление оказалось в 25 раз меньше, чем до разрезания?

Ответ. На 5 частей.

Вопрос. Как надо подсоединять амперметр или вольтметр — параллельно или последовательно участку цепи? Какими — маленькими или большими — должны быть их сопротивления?

Ответ. Амперметр надо включать последовательно, тогда ток через него (который он и фиксирует) будет равен току через исследуемый участок. Чтобы подключение амперметра как можно меньше исказило измеряемый ток, его сопротивление должно быть маленьким. Вольтметр надо подключать параллельно, а его сопротивление должно быть большим.

Пример 18. Изменение шкалы измерительного прибора. Для изменения пределов измерения амперметра или вольтметра используют параллельное или последовательное подсоединение дополнительных сопротивлений. Максимальное отклонение стрелки прибора соответствует протеканию через него *номинального тока* силой I_0 и напряжению на приборе U_0 ($U_0 = r_{\text{пр}} I_0$).

Для расширения пределов измерения амперметра применяют *шунтирование*, т.е. параллельное соединение с прибором маленького

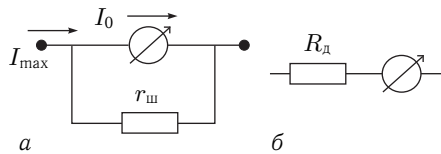


Рис. 55

сопротивления $r_{\text{ш}}$ (рис. 55 а). Тогда при отклонении стрелки в крайнее положение через сам прибор протекает ток I_0 , но через прибор с шунтом протекает измеряемый ток I_{max} , который гораздо больше I_0 . Этот ток можно вычислить, приравняв напряжения на приборе и на шунте: $U_0 = r_{\text{ш}}(I_{\text{max}} - I_0)$, откуда находим $I_{\text{max}} = I_0 + U_0/r_{\text{ш}} = I_0(1 + r_{\text{пр}}/r_{\text{ш}})$. Например, для увеличения предела измерения тока в 20 раз надо взять $r_{\text{ш}} = r_{\text{пр}}/19$.

Для расширения пределов измерения вольтметра последовательно с прибором включают большое *добавочное сопротивление* $R_{\text{д}}$ (рис. 55 б). При максимальном отклонении стрелки ток через прибор и через $R_{\text{д}}$ равен I_0 , а измеряемое напряжение равно $U_{\text{max}} = U_0 + I_0 R_{\text{д}} = U_0(1 + R_{\text{д}}/r_{\text{пр}})$. Например, для увеличения предела измерения напряжения в 50 раз надо взять $R_{\text{д}} = 49r_{\text{пр}}$.

► **Тепловое действие тока.** Направленное движение зарядов возникает под действием поля $\vec{E}$ (формула (19)). За счет «трения» этих зарядов о кристаллическую решетку (т.е. многочисленных соударений с ионами) вся энергия, полученная электронами от этого поля, переходит во внутреннюю (тепловую) энергию проводника. (Проводник нагревается и отдает эту энергию в виде теплоты окружающему воздуху. В установившемся режиме температура проводника не меняется, и вся полученная от электронов энергия теряется в виде теплоты.) За время Δt через каждое сечение проводника проходит заряд $q = I\Delta t$;

полная работа поля над зарядами участка цепи равна работе A_q по переносу заряда q с одного конца участка на другой. В случае однородного участка цепи эта работа равна $A_q^{\text{эл}} = qU = IU\Delta t$, и для тепловой мощности тока получаем

$$P_{\text{тепл}} = IU = U^2/R = I^2 R. \quad (22)$$

Для бытовых тепловых приборов U — напряжение сети, на которое рассчитан прибор (*номинальное напряжение*), P — мощность, выделяющаяся при номинальном напряжении (*номинальная мощность*); по этим данным можно найти сопротивление прибора: $R = U^2/P$. При включении прибора в сеть с напряжением, не равным его номинальному, мощность также изменится. При решении задач обычно предполагается, что сопротивление прибора не меняется (в действительности это, конечно, не так, поскольку при изменении режима работы изменится температура проводника, а значит и его сопротивление). Бытовые приборы включают в сеть параллельно друг другу, тогда напряжение на каждом из них равно напряжению сети.

Пример 19. Если две лампочки, рассчитанные на одно и то же напряжение U , подключить «неправильно», т.е. последовательно друг к другу, то напряжение на каждой из них будет меньше номинального, и они будут потреблять меньшую мощность. Пусть, например, их номинальные мощности равны $P_1 = 40$ Вт и $P_2 = 60$ Вт. Их сопротивления равны $R_1 = U^2/P_1$ и $R_2 = U^2/P_2$. Видно, что сопротивление второй лампы меньше, следовательно, при последовательном соединении на ней будет выделяться меньшая мощность, чем на первой. Общий ток при таком соединении равен $I = U/(R_1 + R_2)$, а полная мощность $I^2(R_1 + R_2) = P_1 P_2 / (P_1 + P_2) = 24$ Вт оказывается меньше, чем номинальная мощность каждой из ламп.

Вопрос. Как изменилась мощность плитки, если при ремонте удалили пятую часть спирали?

Ответ. Плитку включают в ту же сеть, значит мощность стала равна $P' = U^2/0,8R = 1,25U^2/R = 1,25P$, т.е. мощность возросла на 25%. (При этом в действительности изменилась рабочая температура спирали, т.е. ее сопротивление будет больше, чем $0,8R$, но при решении задач, как мы отмечали, это молчаливо разрешено не учитывать.)

Вопрос. Почему при включении нагревательного прибора большой мощности лампочки начинают светить слабее?

Ответ. Если бы приборы в квартире были подключены непосредственно к сети, то они бы друг на друга не влияли. На самом деле группа параллельно включенных бытовых приборов соединяется с сетью подводящими проводами, которые включены с этой группой последовательно. При подключении нового прибора большой мощности

(т.е. имеющего малое сопротивление), общее сопротивление группы приборов уменьшается, общий ток возрастает, что приводит к увеличению напряжения на проводах и, соответственно, уменьшению напряжения на всех приборах. Однако через некоторое время новый прибор сильно нагреется, его сопротивление возрастет, и напряжение на приборах опять поднимется, хотя и не до прежнего уровня (видно, что лампочки начинают опять гореть ярче).

► **Сторонние силы. ЭДС.** Для поддержания постоянного тока в замкнутой цепи на свободные заряды должны действовать *сторонние силы* не электростатической (не кулоновской) природы. Действительно, работа электростатического поля вдоль замкнутого контура равна нулю; не совершая работы, это поле не может скомпенсировать тепловые потери на сопротивлениях цепи.

Источник сторонних сил называют *источником тока*, а участок цепи, содержащий источник, — *неоднородным участком*.

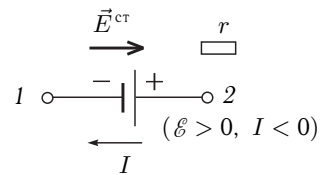


Рис. 56

Сторонние силы имеют электромагнитную природу: $\vec{F}^{\text{ст}} = q\vec{E}^{\text{ст}}$. Работа источника тока отлична от нуля и пропорциональна q , а не зависящая от q величина

$$\mathcal{E} = \left| \frac{A_q^{\text{ст}}}{q} \right| \quad (23)$$

является его характеристикой. Ее называют *электродвижущей силой* (ЭДС) и выражают в вольтах. На схеме источник изображают, как показано на рис. 56. Внутри источника $\vec{E}^{\text{ст}}$ направлена от (–) к (+) (если замкнуть его на сопротивление, ток во внешней цепи потечет от (+) к (–)). Кроме ЭДС, источник тока характеризуется своим *внутренним сопротивлением* r .

► **Обобщенный закон Ома.** Если участок цепи не является однородным (т.е. на свободные заряды действует не только электростатическое поле), то закон Ома (20) не выполняется. Однако его легко обобщить на случай *неоднородного участка цепи*. Запишем (20) в виде

$$I = \frac{1}{R} \frac{A_q^{\text{эл}}}{q},$$

где $A_q^{\text{эл}}$ — работа электростатического поля по переносу пробного заряда q вдоль участка цепи (см. (10)). В общем случае работу электростатического поля $A_q^{\text{эл}}$ надо заменить на работу A_q всех сил, действующих на заряды:

$$I = \frac{1}{R} \frac{A_q}{q} \quad (24)$$

(*обобщенный закон Ома*). Работу всех сил по переносу единичного заряда вдоль участка цепи называют *напряжением* на данном участке (для однородного участка напряжение равно разности потенциалов). Обобщенный закон Ома тем самым утверждает, что сила тока на *любом* участке цепи пропорциональна напряжению на этом участке.

► **Закон Джоуля–Ленца.** В общем случае произвольного, не обязательно однородного, участка цепи для тепловой мощности применима (в отличие от (22)) только формула

$$P_{\text{тепл}} = I^2 R \quad (25)$$

(закон Джоуля–Ленца).

Действительно, в тепло переходит полная работа всех сил, действующих на свободные заряды; эту работу за время Δt можно найти из (24): $A_q = q(IR) = I^2 R \Delta t$ (так как $q = I \Delta t$), откуда получаем (25).

► **Закон Ома для неоднородного участка цепи.** В локальном законе Ома (19) $\vec{E} = \vec{E}^{\text{эл}} + \vec{E}^{\text{ст}}$. В обобщенном законе Ома (24) $A_q = A_q^{\text{эл}} + A_q^{\text{ст}}$, т.е. с учетом (10) и (23)

$$Ir = (\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}). \quad (26)$$

ЭДС надо брать со знаком (+), если $\vec{E}^{\text{ст}}$ направлена от 1 к 2, и со знаком (–) — в противоположном случае. Если сила тока I получается отрицательной, то ток идет от 2 к 1 (рис. 56).

Замечание. Если $I = 0$ (разомкнутая цепь), то $\varphi_+ - \varphi_- = \mathcal{E}$. Это же простое соотношение выполняется в случае *идеального* ($r = 0$) источника тока. (В обоих случаях электростатическое поле внутри источника компенсирует поле сторонних сил, и работа этих полей оказывается одинаковой.) При решении задач удобно разделять реальный источник тока ($\mathcal{E}, r$) на два последовательных элемента: идеальный источник $\mathcal{E}$ и чистое сопротивление r .

► **Мощность сторонних сил. Закон Ома для полной цепи.** Запишем закон сохранения энергии для замкнутой цепи, содержащей один источник тока. Каждую секунду источник совершает работу (см. (23))

$$P_{\text{ст}} = \frac{A_q^{\text{ст}}}{t} = \frac{q\mathcal{E}}{t} = \mathcal{E}I,$$

которая превращается в тепловую энергию на сопротивлении источника r и внешнем сопротивлении R :

$$\mathcal{E}I = I^2 r + I^2 R.$$

Сокращая на I , получаем *закон Ома для полной цепи*:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}. \quad (27)$$

Сила тока короткого замыкания источника равна ($R = 0$):

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

Чтобы найти разность потенциалов на зажимах источника тока, можно использовать закон Ома (26) для источника, но проще записать закон Ома (20) для внешней цепи:

$$U_{\text{зак}} = \varphi_+ - \varphi_- = IR.$$

► Соединение источников тока.

1. Последовательно соединенные источники (рис. 57 а) можно заменить одним эквивалентным, ЭДС которого

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \dots + \mathcal{E}_N,$$

а внутреннее сопротивление

$$r = r_1 + \dots + r_N,$$

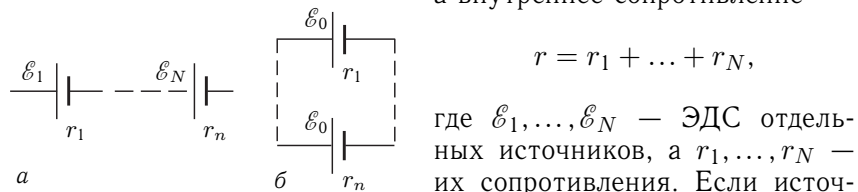


Рис. 57

где $\mathcal{E}_1, \dots, \mathcal{E}_N$ — ЭДС отдельных источников, а $r_1, \dots, r_N$ — их сопротивления. Если источник включен навстречу направлению обхода (т. е. мы идем против сторонних сил), то его ЭДС стоит со знаком $(-)$. Пример: батарею из N последовательно соединенных одинаковых источников ($\mathcal{E}, r$) можно заменить на источник ($N\mathcal{E}, Nr$).

2. В случае параллельного соединения N источников (рис. 57 б) с одинаковыми ЭДС, равными $\mathcal{E}_0$, из (26) получаем

$$\begin{aligned} I &= I_1 + \dots + I_N = \frac{1}{r_1}(\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_0) + \dots = \\ &= \left(\frac{1}{r_1} + \dots + \frac{1}{r_N} \right) (\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_0), \end{aligned}$$

т. е. эквивалентная ЭДС равна ЭДС каждого источника $\mathcal{E}_0$, а эквивалентное сопротивление вычисляется по обычной формуле для параллельного соединения. Пример: N параллельно соединенных одинаковых источников ($\mathcal{E}, r$) можно заменить на источник ($\mathcal{E}, r/N$).

Вопрос. Обычно на неоднородном участке цепи действуют как сторонние, так и электростатические силы; на однородном участке ток поддерживается только электростатическими силами. А может ли ток

поддерживаться только сторонними силами, без участия электростатических?

Ответ. Да, может. Самый простой пример — один источник, к зажимам которого присоединено нулевое сопротивление. Другой интересный пример — несколько одинаковых источников ($\mathcal{E}, r$), включенных в одну сторону и образующих замкнутую цепь. Ток в цепи равен $\mathcal{E}/r$, и из (26) получаем, что разность потенциалов на каждом источнике равна нулю. Впрочем, это ясно и без вычислений, из симметрии схемы: если бы потенциал возрастал при прохождении одного источника, то на столько же он возрастал бы на каждом из источников, и при полном обходе контура и возвращении в начальную точку он не был бы равен исходному значению.

► Энергетические соотношения для неоднородного участка цепи. При наличии сторонних сил в законе сохранения энергии надо учитывать три члена: а) работу сторонних сил $A_q^{\text{ст}} = q\mathcal{E} = \mathcal{E}It$; б) работу электростатических сил $A^{\text{эл}} = qU = UIt$; в) выделяющуюся теплоту (энергию, получаемую кристаллической решеткой от носителей тока при столкновениях, а затем отдаваемую внешним телам в виде теплоты) $W^{\text{тепл}} = I^2rt$. Смысл каждого из этих членов зависит от предназначения участка цепи. Разберем два основных случая.

Случай 1. Источник тока передает во внешнюю цепь энергию, полученную от внешних (сторонних) сил (генератор, гальванический элемент). Создав на своих зажимах разность потенциалов U (рис. 58 а), источник совершает во внешней цепи работу UIt . В самом деле, из полной мощности сторонних сил,

$$P_{\text{полн}} = \mathcal{E}I,$$

часть теряется в виде тепла в самом источнике,

$$P_{\text{потер}} = I^2r,$$

а оставшаяся часть передается во внешнюю цепь:

$$P_{\text{полезн}} = \mathcal{E}I - I^2r = UI$$

(по закону Ома (26) $Ir = \mathcal{E} - U$).

Зависимость $P_{\text{полезн}}$ от I (при $\mathcal{E}, r = \text{const}$) имеет вид параболы (рис. 59). Полезная мощность обращается в нуль при $I = 0$ (цепь разомкнута) и при $I = \mathcal{E}/r$ (ток короткого замыкания), а достигает

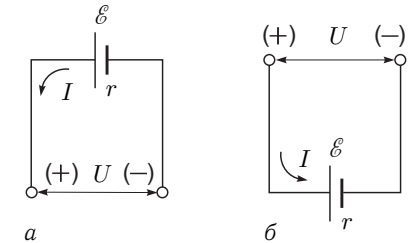


Рис. 58

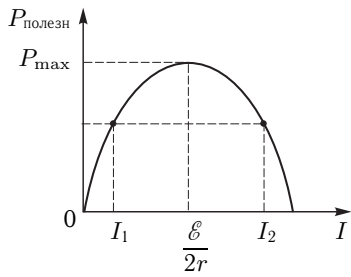


Рис. 59

максимального значения $P_{\max} = \varepsilon^2/4r$ при $I = \varepsilon/2r$. Одно и то же значение $P_{\text{полезн}} < P_{\max}$ достигается при двух разных значениях тока I_1 и I_2 , однако при большем токе потерянная мощность будет больше.

Если внешняя цепь состоит только из сопротивления R , то полная мощность

$$P_{\text{полн}} = I^2(r + R),$$

а полезная мощность

$$P_{\text{полезн}} = I^2 R = \left(\frac{\varepsilon}{r + R} \right)^2 R. \quad (28)$$

Максимальная мощность достигается при $R = r$ (при этом $I = \varepsilon/2r$). Одна и та же мощность $P_{\text{полезн}} < P_{\max}$ получается при двух значениях R : R_1 и R_2 . Эти значения можно найти из уравнения (28), которое преобразуется к виду приведенного квадратного уравнения:

$$R^2 + R \left(2r - \frac{\varepsilon^2}{P_{\text{полезн}}} \right) + r^2 = 0.$$

Из теоремы Виета получаем полезное соотношение для R_1 и R_2 :

$$R_1 R_2 = r^2.$$

КПД источника тока равен

$$\eta = \frac{P_{\text{полезн}}}{P_{\text{полн}}} = 1 - \frac{Ir}{\varepsilon} = \frac{R}{r + R}$$

(чем меньше ток, тем больше η).

С л у ч а й 2. Неоднородный участок цепи предназначен для совершения положительной работы электрических сил против внешних (сторонних) сил (электродвигатель, зарядка аккумулятора и т. д.). Потребляемая участком полная мощность равна

$$P_{\text{полн}} = UI,$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах цепи (рис. 58 б). Часть этой мощности теряется в виде тепла, выделяемого на сопротивлении обмотки двигателя (или на внутреннем сопротивлении аккумулятора):

$$P_{\text{потер}} = I^2 R,$$

а оставшаяся часть соответствует работе против внешних сил:

$$P_{\text{полезн}} = UI - I^2 R = \varepsilon I.$$

(В этом случае по закону Ома (26) $IR = -\varepsilon + U$; работа сторонних (внешних) сил отрицательна, т. е. работа против внешних сил положительна.) ЭДС электродвигателя пропорциональна скорости вращения ротора; она обращается в нуль при $I = U/R$ (полное затормаживание ротора, $\varepsilon = 0$) и при $I = 0$ (свободное вращение ротора без нагрузки, $\varepsilon = U$). КПД электродвигателя равен

$$\eta = \frac{P_{\text{полезн}}}{P_{\text{полн}}} = 1 - \frac{IR}{U}.$$

► **Электронная проводимость металлов.** В металлах свободными носителями тока являются электроны. Основные предположения электронной теории: а) между столкновениями с ионами кристаллической решетки электроны движутся свободно; б) при каждом соударении полностью теряется скорость упорядоченного движения (все направления конечной скорости равновероятны). Если для простоты принять, что все электроны между последовательными соударениями движутся одинаковое время τ , то средняя скорость направленного движения электронов составит $\vec{v}_{\text{ср}} = \vec{a}\tau/2 = (e\vec{E}/2m_e)\tau$. Так как $\vec{j} = ne\vec{v}_{\text{ср}}$ (см. формулу (18)), то для $\vec{j}$ получаем:

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{2m_e} \vec{E},$$

т. е. локальный закон Ома (19); причем τ имеет смысл среднего времени между столкновениями. (При более тщательном анализе получается формула без множителя «2» в знаменателе; для качественной теории это не существенно.) Для удельного сопротивления металлов получаем

$$\rho = \frac{2m_e}{e^2 n \tau}. \quad (29)$$

Концентрация свободных электронов в металлах n почти не зависит от температуры, и температурная зависимость сопротивления определяется средним временем τ между столкновениями электронов с ионами решетки. В полупроводниках концентрация носителей тока n при нагревании может заметно увеличиваться (см. ниже), сопротивление при этом уменьшается.

► **Сверхпроводимость.** Явление *сверхпроводимости* было открыто в 1911 г. Камерлинг-Оннесом. Уменьшая температуру медного образца, он обнаружил, что при достижении критической температуры $T_c \approx 4,1\text{ К}$ сопротивление образца скачком

обращается в нуль. При $T < T_c$ прохождение тока через образец происходит без потерь энергии. Сверхпроводимость наблюдается у многих металлов и сплавов, но критические температуры слишком малы ($T_c < 25\text{ K}$), что сильно осложняет ее практическое использование. В 1987 году было открыто явление *высокотемпературной сверхпроводимости*: у некоторых керамических соединений T_c достигает 100 K и выше, что позволяет использовать для охлаждения сравнительно дешевый жидкий азот.

► **Электрический ток в жидкостях.** При растворении в воде веществ, называемых *электролитами*, под действием электрического поля полярных молекул воды происходит распад молекул электролита на заряженные ионы (*электролитическая диссоциация*). В растворе появляются носители тока — положительные и отрицательные ионы, каждый из которых характеризуется своей массой $m_0 = M/N_A$ (M — молярная или атомная масса иона) и зарядом $q_0 = ne$ (здесь n — валентность иона). Например, при диссоциации CuSO_4 образуются двухвалентные положительные ионы меди (Cu^{++} , $M \approx 63,55\text{ кг/кмоль}$) и двухвалентные отрицательные ионы SO_4^{--} . Протекание тока через электролит сопровождается выделением на электродах вещества (явление *электролиза*).

► **Законы электролиза.** Так как все выделившиеся на электроде ионы имеют одинаковый заряд q_0 и массу m_0 , то выделившаяся при электролизе масса пропорциональна прошедшему заряду (*первый закон Фарадея*):

$$m = kq = kIt.$$

Коэффициент k называют *электрохимическим эквивалентом* вещества (выражают в кг/Кл); он равен отношению массы иона к его заряду:

$$k = \frac{m_0}{q_0} = \frac{1}{N_A e} \frac{M}{n} = \frac{1}{F} \frac{M}{n},$$

т.е. электрохимический эквивалент вещества пропорционален его *химическому эквиваленту* M/n (*второй закон Фарадея*). Константу $F = N_A e \approx 96500\text{ Кл/моль}$ называют *постоянной Фарадея*.

► **Электрический ток в газах.** Электрический ток в газах (*газовый разряд*) наблюдается в том случае, если достаточная часть атомов газа ионизирована. (*Ионизация атома* — отделение электронов с образованием положительного иона). Освобожденные электроны и являются обычно основными носителями

тока в газе. Для изучения разряда используют лампу с двумя электродами — катодом и анодом, — заполненную изучаемым газом. (Потенциал *анода* положительный, *катода* — отрицательный. Электроны движутся от катода к аноду.) Впрочем, разряд может происходить и в открытом пространстве (вольтова дуга, молния).

Ионизация может происходить: а) при нагревании газа — скорость теплового движения растет, и электроны выбиваются в атомных столкновениях; б) при облучении газа — выбивание электронов квантами света (фотонами); в) при увеличении напряженности поля — за счет ускорения этим полем образовавшихся ранее электронов (электронный удар).

Первые два случая называют *несамостоятельным разрядом* — при прекращении нагревания или облучения разряд сразу останавливается. Образовавшиеся ранее электроны быстро исчезают — либо дойдя до анода, либо воссоединившись с ионами (явление *рекомбинации*).

Ионизацию электронным ударом называют *самостоятельным разрядом*. Если начался самостоятельный разряд, то внешние источники ионизации (облучение, нагревание) можно удалить, и разряд будет продолжаться. Условие начала разряда: энергия электрона, приобретенная им на длине свободного пробега l , превышает работу ионизации атома A_i :

$$eEl > A_i.$$

При выполнении этого условия в газе возникает электронная лавина. Условие поддержания разряда: эмиссия (испускание) электронов с катода газоразрядной трубки. Эмиссия происходит за счет бомбардировки катода положительными ионами. При этом катод нагревается, что приводит к *термоэлектронной эмиссии* (испарению электронов). При больших энергиях ионов вступает в игру непосредственное выбивание электронов ионами при ударе о катод.

Виды самостоятельного разряда: тлеющий разряд, электрическая дуга, коронный разряд, искровой разряд.

► **Плазма.** *Плазма* (четвертое состояние вещества) — частично или полностью ионизированный газ. Обладает особыми свойствами за счет электромагнитного взаимодействия частиц плазмы, приводящего к необычным плазменным колебаниям и волнам. Примеры плазмы: а) вещество Солнца, звезд; б) межзвездная среда; в) ионосфера; г) газ в состоянии разряда; д) высокотемпературная плазма при термоядерном синтезе и т. д.

► **Ток в вакууме.** Для протекания тока в вакууме носители тока должны поступать извне. Обычно ток создается электронами, вылетающими из *катода* электронной лампы вследствие термоэлектронной эмиссии (или при облучении катода светом — см. фотоэффект). В отличие от самостоятельного разряда в газе, для появления эмиссии катод надо специально разогревать.

Так как заряды поступают только с нагретого катода, ток может протекать только в одном направлении — от *анода* к катоду. Вольтамперная характеристика электронной лампы — *диода* — приведена на рис. 60 ($U = \varphi_{\text{ан}} - \varphi_{\text{кат}}$). При $U < 0$ ток не течет.

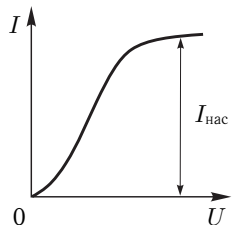


Рис. 60

При малом положительном U сила тока невелика, так как большинство эмиссионных электронов возвращается на катод, отталкиваясь от образовавшегося возле катода «электронного облака». При возрастании U облако постепенно рассасывается, сила тока возрастает, пока не наступает насыщение (все вылетающие электроны достигают анода, сила тока больше не растёт).

Для управления электронным облаком недалеко от катода помещают третий электрод — *сетку*. Такую лампу — *триод* — используют для усиления и генерации тока и напряжения. Небольшое изменение потенциала сетки (входное напряжение) сильно влияет на структуру облака, т. е. приводит к заметному изменению анодного тока. С сопротивлением в анодной цепи снимают усиленное выходное напряжение.

Электронно-лучевая трубка используется в телевизорах и осциллографах для создания управляемого изображения на экране с помощью узкого электронного пучка. Электроны испускаются нагретым катодом и фокусируются в пучок полем специальной структуры (электрической или магнитной линзой). Для управления пучком используют два конденсатора (с горизонтально и вертикально расположенными обкладками), при пролете через которые направление скорости электрона изменяется пропорционально напряжению на конденсаторе (управляющему напряжению). В телевизионном кинескопе управление пучком осуществляется с помощью магнитного поля катушек с током.

► **Ток в полупроводниках.** Полупроводниками называют вещества, удельное сопротивление которых на несколько порядков больше, чем у металлов, и в некоторых температурных интервалах быстро (по экспоненциальному закону) уменьшается

с ростом температуры. Типичными полупроводниками являются германий, кремний, теллур. Причина в том (см. формулу (29)), что концентрация свободных зарядов в полупроводниках гораздо меньше, чем в металлах, и может быстро возрастать с увеличением температуры (в металлах число свободных зарядов практически не зависит от температуры). При низких температурах свободных зарядов практически нет, т. е. полупроводник ведет себя как диэлектрик. Однако уже при комнатной температуре полупроводник проводит ток, хотя концентрация свободных зарядов в нем обычно на несколько порядков меньше, чем в металле. Эти свойства полупроводника объясняются тем, что работа, необходимая для разрыва связи и образования свободного заряда, сравнима с энергией теплового движения при комнатной температуре: $E_{\text{ср}} \sim kT \approx 4 \cdot 10^{-21}$ Дж $\approx 0,04$ эВ. (*Электронвольт* (эВ) — внесистемная единица энергии, равная энергии, которую приобретает электрон при прохождении разности потенциалов $U_0 = -1$ В: $1 \text{ эВ} = (-e)U_0 \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.)

► **Типы полупроводников.** Различают три типа *полупроводников* (и три *механизма проводимости*).

1. Чистые полупроводники. Чистые полупроводники (кремний, германий), обладающие *собственной проводимостью*. В создании тока участвуют в равной мере свободные заряды двух типов: отрицательные (электроны) и положительные (*дырки*). Чтобы электрон стал свободным, ему нужно покинуть место, которое он занимает в системе ковалентных связей решетки («разорвать» связь). Однако при освобождении одной из ковалентных связей появляется еще одна возможность перемещать заряд вдоль вещества: на освобожденное место перемещается другой электрон из системы ковалентных связей, на его место — третий и т. д. Так как все связи эквивалентны, такое перемещение электронов от связи к связи не требует затрат энергии. Перемещение множества электронов «по очереди» можно заменить перемещением одного свободного заряда $+e$; такие носители тока называют «дырками». Под действием внешнего поля движение дырок приобретает направленный характер — вдоль поля. В чистом полупроводнике концентрации свободных электронов и дырок одинаковы.

2. Примесные полупроводники n-типа. Примесные полупроводники *n-типа*, обладающие *электронной проводимостью* (например, примесь мышьяка в кремнии). Примесные атомы, занимающие часть мест в кристаллической решетке, обладают большей валентностью, чем основные атомы, т. е. содержат один

лишний электрон. Эти лишние электроны слабо связаны с решеткой (слабее, чем электроны ковалентных связей основной решетки). При повышении температуры эти электроны становятся свободными; так как при этом не образуется вакансий в ковалентных связях, то концентрация электронов в полупроводниках n -типа гораздо больше, чем концентрация дырок.

3. Примесные полупроводники p -типа. *Примесные полупроводники p -типа*, обладающие *дырочной проводимостью* (примесь индия в кремнии). Примесные атомы обладают меньшей валентностью, и возле каждого из них есть свободная ковалентная связь. Она отличается от ковалентной связи основной решетки, но для перехода от основной ковалентной связи к примесной электрону нужна гораздо меньшая энергия, чем для полного освобождения. Такой переход приводит к образованию дырки без возникновения свободного электрона (он оказывается связанным с атомом примеси), поэтому основными носителями тока в полупроводниках p -типа являются дырки.

► **Полупроводниковый диод.** *Полупроводниковый диод* представляет собой соединение (контакт) полупроводников p - и n -типов. Сопротивление области контакта (p - n перехода) сильно зависит от направления тока: оно гораздо меньше для прямого тока (от p к n), чем для обратного. Дело в том, что за счет диффузии основных носителей тока в чужой полупроводник в области контакта образуется двойной электрический слой, препятствующий движению зарядов (рис. 61). Внешнее поле, направленное от p к n , частично компенсирует действие этого

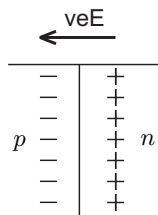


Рис. 61

слоя, и при увеличении напряжения ток быстро возрастает (прямой ток). При обратном направлении поля запирающее напряжение, наоборот, возрастает, и наблюдается слабый обратный ток (рис. 62), осуществляемый малым количеством неосновных носителей (дырок в полупроводниках n -типа, электронов в полупроводниках p -типа).

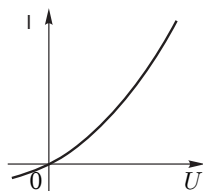


Рис. 62

► **Транзистор.** *Транзистор* является полупроводниковым аналогом триода. Существуют транзисторы p - n - p (рис. 63) и n - p - n . Транзистор p - n - p состоит из двух полупроводников p -типа (*эмиттер* и *коллектор*), между которыми находится

очень тонкая прослойка полупроводника n -типа (*база*). Один из контактов работает в режиме прямого тока; в его цепь (цепь эмиттера) подают входное напряжение, и от его значения сильно зависит число дырок, прошедших от эмиттера к базе. Почти все эти дырки диффундируют через тонкую базу и достигают второго p - n -перехода. Этот переход работает в режиме обратного тока (режим неосновных носителей); продиффундировавшие сквозь базу дырки (неосновные носители для базы) подхватываются запирающим слоем и осуществляют ток в цепи коллектора. Выходное напряжение снимают с сопротивления, включенного в цепь коллектора.

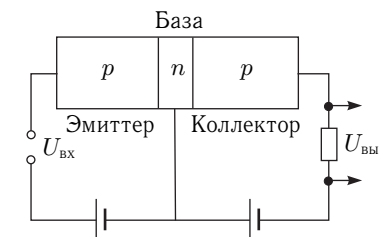


Рис. 63

§ 3. Магнетизм

► **Магнитное поле.** Электрическое поле вводят для описания электрического взаимодействия между любыми заряженными частицами. Магнитное поле описывает *магнитное взаимодействие*, возникающее между: а) двумя токами; б) током и движущимся зарядом; в) двумя движущимися зарядами. Кроме того, токи и движущиеся заряды взаимодействуют с намагниченными телами. (Магнитное взаимодействие движущихся зарядов теряется на фоне гораздо более сильного электрического взаимодействия. Токи и магниты могут быть электрически нейтральными, и магнитное взаимодействие выступает в чистом виде.) Электрическое поле создается любыми зарядами и действует на любые пробные заряды. Магнитное поле создается токами, магнитами и движущимися зарядами и действует на внесенные в него токи, магниты и движущиеся заряды.

► **Магнитная индукция.** Количественной характеристикой магнитного поля является вектор *магнитной индукции* $\vec{B}$. Его удобно определять по ориентирующему действию магнитного поля на маленький виток с током, внесенный в данную точку поля (пробный виток). Определение $\vec{B}$ основано на следующих экспериментальных фактах.

1. На маленький *виток с током* в магнитном поле действует *вращательный момент* M . Если на виток действует только магнитное поле, то он будет поворачиваться до тех пор, пока

не окажется в устойчивом положении. При этом направление положительной нормали к витку, определяемое по направлению тока с помощью *правила буравчика*, оказывается одним и тем же для всех пробных витков. Это направление принимают за направление вектора $\vec{B}$.

2. Максимальный вращательный момент $M_{\text{макс}}$ пропорционален площади витка и силе тока в нем и не зависит от формы витка. Отношение $M_{\text{макс}}$ к произведению IS не зависит от свойств витка, т. е. является характеристикой поля:

$$B = \frac{M_{\text{макс}}}{IS}. \quad (30)$$

В СИ магнитную индукцию выражают в *теслах* ($\text{Тл} = \text{Н}/(\text{А} \cdot \text{м})$).

► **Линии магнитной индукции.** Линии индукции магнитного поля $\vec{B}$ проводят по тем же правилам, что и силовые линии поля $\vec{E}$. Как и силовые линии, линии магнитной индукции непрерывны в пустом пространстве. Но если линии $\vec{E}$ начинаются и заканчиваются на источниках поля — электрических зарядах, то линии $\vec{B}$ либо замкнуты, либо уходят на бесконечность (поэтому магнитное поле называют *вихревым*). Вывод: в природе не существует магнитных зарядов — источников магнитного поля.

Описание правил, по которым можно найти магнитное поле заданной системы токов, выходит за рамки школьного курса. Ограничимся описанием поля для четырех случаев, изображенных на рис. 64.

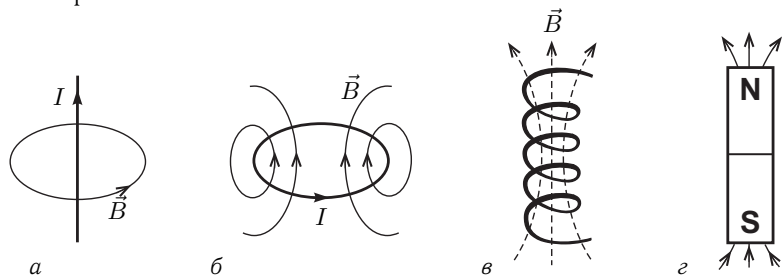


Рис. 64

а) Бесконечный прямой провод с током (рис. 64 а). Линии индукции представляют собой концентрические окружности. Если буравчик вращать в направлении $\vec{B}$, он должен двигаться по току.

б) Виток с током (рис. 64 б). Проходя через плоскость витка, линии индукции замыкаются снаружи. Направление линий в плоскости витка определяется правилом буравчика — только теперь его надо вращать по току.

в) Бесконечно длинная катушка (рис. 64 в). Поле внутри катушки (соленоида) — однородное. В катушке конечной длины поле у краев искривляется.

г) Постоянный магнит (намагниченный длинный цилиндр, рис. 64 г). Магнитное поле вне такого магнита устроено так же, как поле вне длинного соленоида: линии магнитной индукции выходят из *северного полюса* магнита и входят в его *южный полюс*.

Магнитное поле Земли описывается представлением земного шара в виде гигантского магнита, у которого северный магнитный полюс в настоящее время расположен вблизи южного географического полюса, а южный магнитный полюс — вблизи северного полюса (именно поэтому линии магнитной индукции вблизи поверхности Земли направлены в сторону севера). Магнитные полюса медленно движутся вблизи географических, но возможны и значительные отклонения: например, в истории Земли много раз происходила *инверсия магнитного поля* — событие, при котором магнитные полюса Земли меняются местами. Последняя инверсия произошла 780 тыс. лет назад.

► **Закон Ампера.** Закон Ампера позволяет находить силу (ее называют *силой Ампера* и обозначают $\vec{F}_A$), действующую со стороны однородного магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ на прямолинейный участок тока длиной l , если сила тока в нем равна I . Направление тока будем задавать с помощью вектора $\vec{l}$, как показано на рис. 65. Закон Ампера сводится к следующим правилам.

1. Если угол между $\vec{B}$ и $\vec{l}$ равен α , то

$$|\vec{F}_A| = IBl \sin \alpha.$$

2. Сила Ампера всегда перпендикулярна вектору магнитной индукции и направлению тока: $\vec{F}_A \perp \vec{B}$ и $\vec{F}_A \perp \vec{l}$, т. е. $\vec{F}_A$ перпендикулярна плоскости, проходящей через вектора $\vec{B}$ и $\vec{l}$.

3. Для выбора одного из двух оставшихся направлений для $\vec{F}_A$ («к нам» или «от нас» на рис. 65) можно использовать либо *правило левой руки* (линии $\vec{B}$ входят

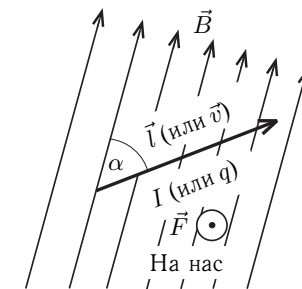


Рис. 65

в ладонь, сведенные пальцы — по току, отведенный большой палец указывает направление силы), либо правило буравчика (вектор $\vec{l}$ поворачиваем к вектору $\vec{B}$, буравчик движется в направлении вектора $\vec{F}$).

Опираясь на эти правила и на рис. 64а, можно убедиться в том, что два длинных параллельных провода с током притягиваются, если токи текут в одну сторону, и отталкиваются, если — в разные.

Пример 20. Убедимся в том, что закон Ампера согласуется с определением (30) индукции магнитного поля. Вычислим вращательный момент, действующий на прямоугольный виток $a \times b$ с током в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. Вращательный момент относительно оси, перпендикулярной линиям индукции и проходящей через середины противоположных сторон (рис. 66а), создается

силами Ампера, действующими на две другие противоположные стороны, параллельные этой оси. Каждая из этих сил равна $F_A = Iba$, а плечо каждой силы зависит от расположения контура: $d = (b/2) \sin \alpha$, где α — угол между нормалью к контуру и вектором $\vec{B}$. Видно, что максимальное значение вращательного момента $M = 2F_A d = Iba b \sin \alpha = IBS \sin \alpha$ равно $M_{\text{макс}} = IBS$, что согласуется с (30). Вращательный момент обращается в нуль при двух значениях угла: $\alpha = 0$ и $\alpha = 180^\circ$, однако второе положение равновесия неустойчиво. (В этом положении обе силы Ампера направлены в сторону оси вращения, и при случайном отклонении на небольшой угол возникающий момент сил стремится этот угол увеличить (рис. 66б).)

Как видно из разобранных примера, на виток с током в магнитном поле действует вращательный момент, стремящийся расположить нормаль к витку параллельно полю. Аналогичное поведение проявляют, при помещении в магнитное поле, катушка с током и постоянный магнит. Магнит стремится расположиться так, чтобы его северный полюс глядел в направлении линий магнитной индукции.

Как видно из разобранных примера, на виток с током в магнитном поле действует вращательный момент, стремящийся расположить нормаль к витку параллельно полю. Аналогичное поведение проявляют, при помещении в магнитное поле, катушка с током и постоянный магнит. Магнит стремится расположиться так, чтобы его северный полюс глядел в направлении линий магнитной индукции.

В неоднородном магнитном поле сила, действующая на виток с током, отлична от нуля. Если нормаль к витку параллельна вектору индукции, то он втягивается в область более сильного поля. Отметим

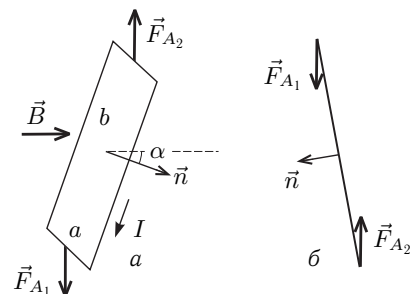


Рис. 66

также, что одноименные полюсы постоянных магнитов, расположенных вдоль одной прямой, отталкиваются, а разноименные — притягиваются.

► **Сила Лоренца.** Силой Лоренца называют силу, действующую со стороны магнитного поля на движущийся заряд. Если заряд частицы q_0 , а скорость $\vec{v}$, то силу Лоренца $\vec{F}_L$ можно рассчитать по следующим правилам (рис. 65).

1. Если угол между $\vec{B}$ и $\vec{v}$ равен α , то

$$|\vec{F}_L| = q_0 v B \sin \alpha.$$

2. Сила Лоренца всегда перпендикулярна векторам магнитной индукции и скорости: $\vec{F}_L \perp \vec{B}$ и $\vec{F}_L \perp \vec{v}$, т. е. $\vec{F}_L$ перпендикулярна плоскости, проходящей через вектора $\vec{B}$ и $\vec{v}$.

3. Для выбора одного из двух оставшихся направлений заменим мысленно частицу током, параллельным $q_0 \vec{v}$ ($q_0 > 0$ — ток направлен вдоль $\vec{v}$, $q_0 < 0$ — против), и применим правило левой руки или правило буравчика, как для силы Ампера.

Сила Лоренца и сила Ампера связаны друг с другом. Сила Ампера равна сумме сил Лоренца, действующих на свободные заряды данного участка провода. Действительно, считая, что каждая частица движется со скоростью $v_{\text{ср}}$ вдоль провода, и учитывая, что сила тока I связана с $v_{\text{ср}}$ соотношением $I = q_0 v_{\text{ср}} n S$ (см. (18)), получаем для силы Ампера

$$F_A = I b \sin \alpha = N(q_0 v_{\text{ср}} B \sin \alpha) = N F_L, \quad (31)$$

где $N = n l S$ — число свободных зарядов на данном участке провода.

Пример 21. Рассмотрим вращение заряженной частицы в магнитном поле. Если частица массой m с зарядом q_0 влетает в однородное магнитное поле $\vec{B}$ со скоростью $\vec{v}$, перпендикулярной $\vec{B}$, то под действием силы Лоренца она начнет двигаться по дуге окружности. Радиус окружности R и период вращения T могут быть найдены из второго закона Ньютона, $q_0 v B = m v^2 / R$:

$$R = \frac{m}{q_0} \frac{v}{B}, \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{q_0 B}.$$

Видно, что период вращения не зависит от скорости частицы. Если скорость $\vec{v}$ не параллельна $\vec{B}$, то частица движется по винтовой линии, шаг которой равен $h = v_{\parallel} T$, где $v_{\parallel}$ — проекция скорости на направление магнитного поля.

Отметим важное свойство силы Лоренца: так как она направлена перпендикулярно к скорости, то работа магнитного поля над частицами равна нулю.

► **Магнитные свойства вещества.** Вещество, создающее собственное магнитное поле, называется намагниченным. *Намагниченность* возникает при помещении вещества во внешнее магнитное поле. В простейших случаях (бесконечная среда, стержень внутри соленоида) магнитная индукция в веществе $\vec{B}$ выражается через магнитную индукцию внешнего поля $\vec{B}_0$ (в той же точке пространства) по формуле

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0, \quad (32)$$

где μ — коэффициент, характеризующий магнитные свойства среды; его называют *магнитной проницаемостью среды*.

В соответствии с гипотезой Ампера магнитные свойства вещества можно объяснить циркулирующими внутри него замкнутыми токами. Эти токи образуются движением электронов в атомах и молекулах. В отсутствие магнитного поля молекулярные токи располагаются хаотически, а создаваемое ими магнитное поле в среднем равно нулю. Во внешнем магнитном поле эти токи частично упорядочиваются и создают отличное от нуля магнитное поле.

Вещества, намагничивание которых во внешнем поле происходит благодаря частичной ориентации хаотически направленных «атомных токов», называют *парамагнетиками* (азот, воздух, алюминий, платина). Атомные токи в парамагнетиках ориентируются таким образом, что создаваемое ими поле направлено так же, как внешнее поле, т.е. усиливает его (см. рис. 64 б, 66 а). У парамагнетиков $\mu > 1$ (но не велико). Если же атомные токи в каждом атоме, протекая в разные стороны, полностью компенсируются, то вещество называют *диамагнетиком* (медь, вода, инертные газы). В диамагнетиках ориентационный механизм отсутствует, и проявляется другой, гораздо более слабый, механизм намагничивания, приводящий не к усилению, а к небольшому ослаблению внешнего поля ($\mu < 1$). При «включении» внешнего магнитного поля действие силы Лоренца на вращающиеся вокруг ядра электроны приводит к искажению их орбит, и противоположно направленные электронные токи перестают полностью компенсировать друг друга — в каждом атоме возникает слабый результирующий ток, нормаль к которому направлена *против* внешнего поля.

Замечание. Интересно сравнить механизмы намагничивания с механизмами поляризации полярных и неполярных диэлектриков.

► **Ферромагнетики.** Особыми свойствами обладают *ферромагнетики*, магнитная проницаемость которых очень велика (μ порядка 10^3 – 10^5). Перечислим их основные свойства.

1. Главным источником магнитного поля ферромагнетиков является не движение электронов по орбитам, а собственное «вращение» электронов. Хотя слово вращение носит условный характер, оно делает наглядным тот факт, что неподвижный электрон создает вокруг себя такое же поле, как маленький замкнутый ток (его называют элементарным током).

2. Ферромагнетик состоит из маленьких областей, называемых *доменами*, в каждом из которых элементарные токи электронов ориентированы строго в одном направлении (объяснение этому дает квантовая механика). При помещении во внешнее магнитное поле размеры одних доменов увеличиваются, других — уменьшаются. Кроме того, происходит разворот доменов как целого; в результате быстро возрастает создаваемое ферромагнетиком магнитное поле.

3. Магнитное поле в ферромагнетике $\vec{B}$ оказывается не пропорциональным внешнему полю $\vec{B}_0$. Сохраняя определение (32), говорят, что μ зависит от величины поля.

4. При удалении внешнего поля домены не возвращаются полностью в прежнее положение. Вещество оказывается намагниченным в отсутствие внешнего поля. Такие намагниченные тела называют *постоянными магнитами*.

5. Ферромагнитные свойства вещества пропадают, если его нагреть до характерной для данного вещества температуры, которую называют *температурой Кюри*.

► **Электромагнитная индукция.** Явление электромагнитной индукции заключается в том, что при изменении числа линий магнитной индукции, пронизывающих замкнутый контур, в нем возникает ЭДС.

► **Магнитный поток.** Для количественного описания явления вводят величину, пропорциональную числу пронизывающих контур линий магнитной индукции, — *магнитный поток* Φ (прописная греческая «фи»). Если нормаль к плоскости контура $\vec{n}$ составляет угол θ с вектором индукции однородного магнитного поля $\vec{B}$, то поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через площадь, ограниченную контуром, определяют как

$$\Phi = BS \cos \theta,$$

где S — площадь контура. Магнитный поток выражают в *веберах* ($Вб = Тл \cdot м^2$). Чтобы определение потока было однозначным, надо выбрать направление положительной нормали $\vec{n}$ к контуру.

Поток через катушку из N витков в N раз больше потока через один виток.

► **Закон электромагнитной индукции.** Закон электромагнитной индукции (или закон Фарадея) утверждает, что наведенная в контуре ЭДС (ЭДС индукции) равна (со знаком «минус») скорости изменения магнитного потока, пронизывающего площадь контура:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (33)$$

При конечном Δt эта формула дает определение средней ЭДС. Чтобы получить мгновенное значение ЭДС, надо Δt устремить к нулю: $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\Phi'(t)$.

Пример 22. Вычислим среднюю ЭДС в следующем случае. Пусть катушка, содержащая N витков площадью S , помещена в однородное поле с индукцией B так, что ее ось параллельна линиям поля. Повернем катушку на 180° . На первый взгляд, поток не изменился: его величина равна NBS как до поворота, так и после. Но ответ, что средняя ЭДС равна нулю, неверен — хотя модуль Φ не изменился, изменился его знак, так как вместе с катушкой на 180° повернулась и положительная нормаль к плоскости витков. Значит, изменение потока равно $|\Delta\Phi| = 2NBS$, откуда для средней ЭДС получаем $|\mathcal{E}_{\text{ср}}| = |\Delta\Phi|/\Delta t = 2NBS/\Delta t$ (Δt — время поворота). Интересно отметить, что хотя средняя ЭДС зависит от времени поворота, прошедший через контур заряд (если цепь катушки замкнута) не зависит от того, как быстро меняется поток, а определяется только его полным изменением $\Delta\Phi$. Действительно, прошедший заряд можно выразить через средний ток: $q = I_{\text{ср}}\Delta t$, а средний ток в цепи можно связать со средней ЭДС с помощью закона Ома для полной цепи: $I_{\text{ср}} = \mathcal{E}_{\text{ср}}/R$, где R — полное сопротивление цепи. Получаем $q = |\Delta\Phi|/R$, т. е. в данном случае $q = 2NBS/R$.

► **Правило Ленца.** Так как после выбора положительной нормали к контуру знак Φ определен, то формула (33) позволяет найти как величину, так и знак ЭДС. По знаку ЭДС можно узнать направление сторонних сил в контуре: если ЭДС отрицательна, то сторонние силы направлены против направления обхода контура. Однако выбор положительного направления обхода уже не является произвольным: при вращении буравчика в этом направлении он должен двигаться в сторону положительной нормали.

Указанное правило является формальным выражением *правила Ленца*: ЭДС индукции направлена так, чтобы вызванный ею индукционный ток создавал в окружающем пространстве

собственное магнитное поле, частично компенсирующее то изменение потока внешнего поля, в результате которого эта ЭДС возникла.

Пример 23. Пусть $\vec{B}$ на рис. 67 уменьшается по модулю. Тогда $\vec{B}_{\text{соб}}$ по правилу Ленца должна быть направлена в ту же сторону, что и $\vec{B}$. Такое поле создается током $I_{\text{инд}}$, направление которого указано на рис. 67 (см. также рис. 64 б). Этот же ответ можно получить из формулы (33). Направляя нормаль в сторону $\vec{B}$, получим: $\Phi > 0$, $\Delta\Phi < 0$, $\mathcal{E}_{\text{инд}} > 0$, т. е. ток течет в направлении положительного обхода контура, которое определяется правилом буравчика и в нашем примере совпадает с направлением индукционного тока, найденным по правилу Ленца.

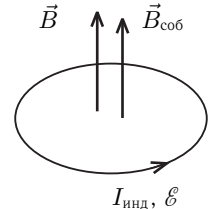


Рис. 67

Правило Ленца связано с законом сохранения энергии и в более широкой формулировке гласит, что любые последствия индукционных процессов должны иметь ослабляющее, компенсирующее действие. Например, при приближении магнита к контуру в последнем возникает индукционный ток такого направления, что контур и приближаемый магнит отталкиваются друг от друга.

► **Природа ЭДС индукции.** Чтобы выяснить природу индукционных сторонних сил, рассмотрим два случая.

С л у ч а й 1. Движение контура (или его частей) в не зависящем от времени магнитном поле (например, удаление контура от магнита). На свободные заряды внутри движущегося проводника действует сила Лоренца; она и является сторонней силой для закона электромагнитной индукции (33). Например, при движении перемычки длиной l (рис. 68) возникает ЭДС индукции, равная

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \frac{A_q^{\text{ст}}}{q} = \frac{(qvB)l}{q} = Bvl.$$

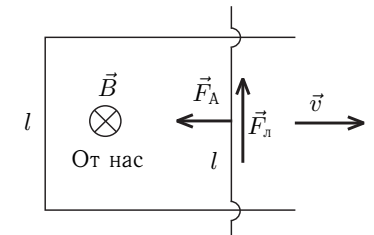


Рис. 68

Направление силы Лоренца (для случая $q > 0$ и $\vec{B}$, направленного от нас в плоскость чертежа) указано на рис. 68. Такой же ответ дает формула (33). Действительно, в этом случае поток $\Phi = BS \cos \alpha$ изменяется за счет изменения $S = lx(t)$. Подставляя Φ в (33), получаем: $|\mathcal{E}_{\text{инд}}| = |\Delta\Phi|/\Delta t = = Bl(\Delta x/\Delta t) = Bvl$.

Вопрос. Поскольку сила Лоренца выступает в роли сторонней силы в замкнутом контуре, то она совершает положительную работу, которая при протекании тока превращается в тепло. Но раньше отмечалось, что работа силы Лоренца над движущимися зарядами равна нулю, так как она перпендикулярна скорости. В чем тут дело?

Ответ. Полная работа силы Лоренца равна нулю. Одна компонента силы Лоренца, направленная вдоль перемычки, совершает над свободными зарядами в перемычке положительную работу $A_1 = \mathcal{E}I\Delta t = Bvl \cdot I\Delta t$, а другая компонента силы Лоренца, перпендикулярная перемычке, представляет собой не что иное, как силу Ампера (см. обсуждение перед формулой (31)). Сила Ампера направлена против скорости, ее работа равна $A_2 = -F_A \cdot v\Delta t = -IBl \cdot v\Delta t$. Сравнивая A_1 и A_2 , видим, что полная работа равна нулю.

Замечание. Сила Лоренца создает ЭДС и в том случае, если движется не часть замкнутого контура, а просто металлический стержень. Сила Лоренца перемещает свободные заряды в нем до тех пор, пока ее действие не будет полностью скомпенсировано электростатическими силами. Разность потенциалов на концах стержня равна

$$|\Delta\varphi| = \mathcal{E}_{\text{инд}} = Bvl \sin \alpha,$$

где α — угол между скоростью стержня и вектором $\vec{B}$ (при условии, что сила Лоренца направлена вдоль стержня, т.е. что стержень перпендикулярен векторам $\vec{v}$ и $\vec{B}$).

С л у ч а й 2. Контур неподвижен, поле изменяется со временем (например, удаление магнита от неподвижного контура). В этом случае свободные заряды неподвижны (средняя скорость теплового движения равна нулю), и сила Лоренца не может привести их в движение. Источником сторонних сил является *вихревое электрическое поле*, возникающее при изменении магнитного поля. Это поле не является потенциальным, т.е. работа вихревого электрического поля по замкнутому контуру не равна нулю.

Пример 24. Изучим вихревое электрическое поле, возникающее при увеличении магнитной индукции длинного соленоида (катушки) со скоростью $\Delta B/\Delta t$. Силовые линии электрического поля имеют вид окружностей с центрами, лежащими на оси соленоида. Для контура, имеющего вид окружности радиусом $r < R$ (R — радиус соленоида), ЭДС индукции равна $\mathcal{E} = 2\pi r E(r)$, а магнитный поток равен $\Phi = B\pi r^2$. из закона электромагнитной индукции получаем

$$2\pi r E(r) = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}, \quad \text{или} \quad E(r) = \frac{r}{2} \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Интересно отметить, что вихревое поле возникает и вне соленоида, где магнитная индукция очень мала. При $r > R$ поток через контур радиусом r равен $\Phi = B\pi R^2$ (при r , сравнимых с длиной соленоида, поток начинает уменьшаться). Для напряженности получим $E(r) = (R^2/2r)(\Delta B/\Delta t)$.

Как убедиться в присутствии вихревого поля? Наденем на соленоид небольшое гладкое колечко с бусинкой массой m и зарядом q . При увеличении B на бусинку будет действовать вихревое поле. из второго закона Ньютона $m\Delta v = qE\Delta t = (qR^2/2r)\Delta B$. Значит, при возрастании поля от нуля до B бусинка приобретет скорость $v = qR^2 B/(2mr)$.

Замечание. Важно отметить, что характер сторонних сил зависит от системы отсчета. Например, при удалении магнита и контура друг от друга наблюдатель, связанный с магнитом, объяснит возникновение в контуре ЭДС действием сил Лоренца, а наблюдатель, связанный с контуром, вынужден будет признать наличие вихревого электрического поля. Но каждый из них может вычислять ЭДС индукции по формуле (33).

► **Явление самоиндукции.** Если по контуру течет ток, то создаваемое им магнитное поле образует собственный магнитный поток $\Phi_{\text{соб}}$ через сам этот контур. Если ток изменяется, то будет изменяться и поток $\Phi_{\text{соб}}$, что должно привести к возникновению ЭДС, препятствующей изменению тока. Собственный магнитный поток пропорционален току:

$$\Phi_{\text{соб}} = LI, \quad (34)$$

где коэффициент пропорциональности L называют *индуктивностью* и выражают в *генри* ($\text{Гн} = \text{Вб}/\text{А}$). Индуктивность зависит от размеров и формы проводника с током и от свойств окружающей среды. Подставляя (34) в закон электромагнитной индукции (33), получаем выражение для *ЭДС самоиндукции*:

$$\mathcal{E}_{\text{сам}} = -L \Delta I/\Delta t. \quad (35)$$

При конечном Δt получаем среднюю ЭДС; устремляя Δt к нулю, получаем мгновенное значение $\mathcal{E}_{\text{сам}} = -LI'(t)$.

В формулы для расчета магнитной индукции входит *магнитная постоянная* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ (точно). Электрическая постоянная ϵ_0 (в формулах электростатики) связана с магнитной постоянной μ_0 соотношением $\epsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}$, где c — скорость света.

Магнитная индукция на расстоянии r от длинного прямого провода с током I :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Магнитная индукция внутри катушки (соленоида) длиной l , содержащей N витков провода с током I равна

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I. \quad (36)$$

Пример 25. Вычислим, опираясь на формулу (36) для поля длинного соленоида, индуктивность соленоида длиной l , площадью S и с числом витков N : $\Phi = NBS = \mu_0 N^2 S I / l$. Откуда $L = \mu_0 N^2 S / l$.

► **Энергия магнитного поля.** Если катушку с током отключить от источника и подключить к сопротивлению, то сила тока не обратится сразу же в нуль, а будет плавно уменьшаться (иначе в катушке возникла бы большая ЭДС самоиндукции). При уменьшении тока на сопротивлении выделится определенное количество теплоты, т.е. произойдет превращение энергии магнитного поля катушки во внутреннюю энергию. Расчет показывает, что в катушке с индуктивностью L запасена энергия

$$W = LI^2/2. \quad (37)$$

Такую же работу должен совершить источник, чтобы создать ток I .

Подставив в (36) приведенное выше выражение для индуктивности соленоида, получим $W = \left(\frac{\mu_0 N^2 S}{l} \right) \frac{I^2}{2}$. Поскольку $B = \mu_0 NI / l$, то $W/V = B^2/2\mu_0$, где $V = Sl$ — объем соленоида.

Глава 4

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 1. Механические колебания и волны

► **Гармонические колебания.** *Механические колебания* — это движения тела, которые полностью или почти полностью повторяются через равные промежутки времени. *Гармоническими* называются колебания, при которых координата (смещение) тела x изменяется во времени по закону синуса или косинуса:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где величина A называется *амплитудой*, аргумент косинуса $\varphi = \omega t + \varphi_0$ — *фазой*, а ω — *циклической частотой* колебаний (измеряется в рад/с). Величину φ_0 называют *начальной фазой*, она соответствует начальному моменту времени $t = 0$. При изменении фазы на 2π процесс повторяется. Величина $T = 2\pi/\omega$ называется *периодом колебаний*. Обратная величина

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

называется *частотой* колебаний. В СИ частоту выражают в *герцах*; 1 Гц соответствует одному циклу колебаний в секунду. Проекция точки, равномерно движущейся по окружности, на ось, проходящую через центр окружности, совершает гармонические колебания.

► **Кинематика гармонических колебаний.** Изучением свойств гармонических колебаний без выяснения их физической природы занимается *кинематика* гармонических колебаний.

К основным соотношениям кинематики относятся формулы для скорости и ускорения точки, которые мы получим, вычислив первую, а затем вторую производную $x(t)$:

$$\begin{aligned} v_x(t) &= x'(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0), \\ a_x(t) &= v'(t) = x''(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0). \end{aligned} \quad (2)$$

Видно, что *амплитуды колебаний скорости и ускорения* равны

$$v_{\max} = \omega A, \quad a_{\max} = \omega^2 A. \quad (3)$$

Рассмотрим два примера на кинематику гармонических колебаний.

Пример 1. Предположим, что нам известны начальные условия, т. е. скорость v_{0x} и положение x_0 точки в начальный момент времени (при $t = 0$), а также циклическая частота колебаний ω (частота гармонических колебаний определяется физической природой системы и от начальных условий не зависит). Найдем амплитуду и начальную фазу колебаний. Подставляя $t = 0$ в выражения для смещения (1) и для скорости (2), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x_0 = A \cos \varphi_0, \\ v_{0x} = -\omega A \sin \varphi_0. \end{cases} \quad (4)$$

Разделим второе уравнение на ω , после чего возведем оба уравнения в квадрат и сложим. Из полученного уравнения выражаем амплитуду: $A = \sqrt{x_0^2 + (v_{0x}/\omega)^2}$. Чтобы найти начальную фазу, разделим уравнения друг на друга. Получим: $\tan \varphi_0 = -v_{0x}/\omega x_0$. Окончательный выбор квадранта, из которого надо взять φ_0 , определяется знаками x_0 и v_{0x} в уравнениях (4). Отметим два самых распространенных случая (ответ для которых ясен и без уравнений): а) тело отводят в крайнее положение и отпускают ($x_0 = A$, $v_{0x} = 0$, $x = A \cos \omega t$); б) телу в положении равновесия ($x_0 = 0$) сообщают начальную скорость v_0 в положительном направлении ($x = A \sin \omega t$, где $A = v_0/\omega$).

Пример 2. Рассмотрим тело, совершающее гармонические колебания с периодом T . Выясним, какое время затрачивается на прохождение различных участков пути: а) от центральной точки ($x = 0$) до крайней ($x = A$); б) на первую половину этого участка (до $x = A/2$); в) на вторую половину этого участка. Время будем отсчитывать от момента прохождения центральной точки, т. е. будем использовать закон движения в форме синуса: $x = A \sin \omega t$ ($\omega = 2\pi/T$). В случае а) надо решить уравнение $A = A \sin \omega t_1$, наименьший положительный корень которого $t_1 = \pi/2\omega$ приводит к очевидному ответу $t_1 = T/4$. В случае б) получаем уравнение $A \sin \omega t_2 = A/2$, откуда находим $t_2 = T/12$, что в три раза меньше, чем t_1 . В случае в) получаем $t_3 = t_1 - t_2 = T/6 = 2t_2$ (при малом смещении x скорость больше, чем при большом).

► **Уравнение гармонических колебаний.** Из уравнений (1) и (2) видно, что ускорение точки при гармонических колебаниях изменяется со временем так же, как смещение, и в каждый момент времени они связаны соотношением

$$x'' = -\omega^2 x. \quad (5)$$

Это уравнение выполняется для любых гармонических колебаний, независимо от их природы, и называется *уравнением гармонических колебаний*. Для изучения колебаний конкретных физических систем важно, что выполняется и обратное утверждение: если какой-нибудь параметр физической системы подчиняется уравнению (5), то он изменяется со временем по закону (1). (На математическом языке — функция (1) является общим решением уравнения (5).) Два свободных параметра (A и φ_0) в (1), не входящие в уравнение (5), определяются из начальных условий (см. Пример 1).

Перейдем к рассмотрению конкретных физических систем.

► **Собственные колебания.** Колебания, происходящие в системе в отсутствие внешних периодических сил, называют *собственными* колебаниями. Собственные колебания, происходящие без потерь энергии (в консервативной системе), называют *свободными*. Чтобы собственные колебания были возможны, сила, возникающая при смещении из положения равновесия, должна действовать в сторону точки равновесия (ее иногда называют *возвращающей* силой). Это значит, что свободные колебания происходят около положения *устойчивого* равновесия.

Пример 3. Колебания груза на пружине. Рассмотрим тело массой m , находящееся на гладкой горизонтальной поверхности и соединенное со стенкой пружиной жесткостью k (рис. 69). Ускорение сообщается телу силой упругости $F_x = -kx$. Поэтому второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось имеет вид

$$mx'' = -kx, \quad \text{или} \quad x'' = -\frac{k}{m}x. \quad (6)$$

Сравнивая с уравнением гармонических колебаний (5), видим, что груз на пружине совершает гармонические колебания с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \text{т. е.} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (7)$$

Замечание. Если рассмотреть *вертикальные* колебания груза на пружине, то на первый взгляд уравнение движения груза

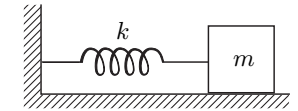


Рис. 69

(второй закон Ньютона), $my'' = -ky + mg$, не похоже на уравнение гармонических колебаний. Причина состоит в том, что в этом уравнении координата y отсчитывается не от положения равновесия, а от положения нерастянутой пружины. В положении равновесия сумма сил равна нулю: $ky_0 = mg$, а при небольшом смещении на x ($x = y - y_0$) от этого положения сила тяжести не меняется, а сила упругости изменяется на $(-kx)$, т.е. второй закон Ньютона для координаты $x = y - y_0$ принимает вид $mx'' = -kx$.

Пример 4. Если поплавок массой m и площадью поперечного сечения S , плавающий в жидкости плотностью ρ , вывести из равновесия в вертикальном направлении, то он будет совершать гармонические колебания. В этом легко убедиться, заметив, что при изменении глубины погружения поплавок на небольшую величину x сила Архимеда изменяется на $(-\rho g S x)$, т.е. возникает возвращающая сила, равная силе упругости пружины жесткостью $k = \rho g S$. Поэтому (см. (7)) период собственных колебаний поплавок равен $T = 2\pi\sqrt{m/(\rho g S)}$.

Пример 5. Математический маятник — это материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити длиной l (рис. 70). Пусть $x = l\alpha$ — длина дуги, пройденной точкой от положения равновесия (Знак x и α определяется выбором положительного направления отсчета угла). В этот момент проекция силы тяжести на касательное направление равно

$$F_x = -mg \sin \alpha = -mg \sin \frac{x}{l}.$$

Если x мало по сравнению с l , то $\sin(x/l) \approx x/l$, и возвращающая сила оказывается равной силе упругости пружины жесткостью $k = mg/l$. Отсюда получаем формулы для циклической частоты и периода малых колебаний математического маятника (см. (7)):

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (8)$$

в которые масса m не входит.

Рассмотренные примеры подводят к предположению, что собственные колебания, возникающие при малом отклонении тела от положения устойчивого равновесия, аналогичны колебаниям тела на некоторой воображаемой пружине, т.е. являются гармоническими. Действительно, любую возвращающую силу $F_x(x)$ (см. рис. 71) можно в малой окрестности точки $x = 0$ заменить отрезком прямой, касательной к графику $F_x(x)$, т.е. представить в виде $F_x = -kx$. Поэтому возвращающую силу

при малом смещении x называют квазиупругой (т.е. почти упругой) силой, а k — эффективной жесткостью данной системы около положения (устойчивого) равновесия. Следовательно, малые колебания любой системы происходят по закону гармонических колебаний (1) с частотой (7). Именно в связи с «универсальностью» гармонических колебаний им уделяется столь большое внимание.

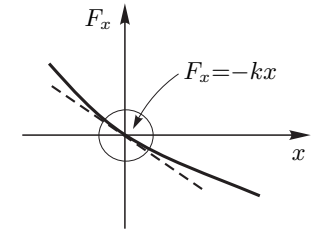


Рис. 71

Отметим одно замечательное свойство гармонических колебаний: их частота и период не зависят от амплитуды. Именно поэтому можно говорить о частоте малых колебаний как характеристике системы, не оговаривая, о какой амплитуде идет речь. К этому свойству так привыкли, что оно кажется вполне очевидным. Однако если рассмотреть малые колебания в системе, где возвращающая сила пропорциональна кубу смещения: $F_x = -\gamma x^3$, то период таких «мягких» колебаний окажется обратно пропорциональным амплитуде. (Такие колебания возникнут, если к середине длинной нерастянутой пружины, концы которой закреплены на гладкой горизонтальной плоскости, прикрепить грузик и сообщить ему небольшую горизонтальную скорость в перпендикулярном пружине направлении.) Убедимся в этом из соображений размерности. Период может зависеть только от γ/m и A . Так как γ/m имеет размерность $\text{м}^{-2}\text{с}^{-2}$, то размерность времени имеет только одна комбинация: $T \sim 1/(A\sqrt{\gamma/m})$.

А для гармонических колебаний коэффициент k/m имеет размерность с^{-2} , и амплитуда в ответ для периода ($T \sim 1/\sqrt{k/m}$) не входит.

► **Энергия гармонических колебаний.** Как мы видели, при малых отклонениях от положения равновесия возвращающая сила имеет вид $F = -kx$ и, следовательно, потенциальную энергию можно представить в виде $E_{\text{пот}} = kx^2/2$. (При исследовании колебаний потенциальную энергию принято отсчитывать от положения равновесия $x = 0$. В положении устойчивого равновесия потенциальная энергия минимальна.) Поэтому полная механическая энергия E системы, совершающей гармонические колебания, имеет вид

$$E = m\frac{v^2}{2} + k\frac{x^2}{2}.$$

Если силы трения пренебрежимо малы, то полная механическая энергия сохраняется. Поэтому полную механическую энергию можно вычислять в любой момент времени. Удобно рассмотреть момент, когда точка проходит положение равновесия ($x = 0$,

$v = v_{\max}$), и момент, когда точка находится в крайнем положении ($x = A$, $v = 0$):

$$E = m \frac{v_{\max}^2}{2} = k \frac{A^2}{2},$$

где $v_{\max}$ — максимальная скорость (см. (3)). Если $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, то потенциальная энергия изменяется со временем по закону $E_{\text{п}} = E \cos^2(\omega t + \varphi_0)$, а кинетическая — по закону $E_{\text{к}} = E \sin^2(\omega t + \varphi_0)$. Полная энергия гармонических колебаний пропорциональна квадрату амплитуды. Трение приводит к уменьшению энергии колебаний, т. е. к постепенному уменьшению их амплитуды.

Энергетический подход можно использовать и для вычисления частоты (периода) малых колебаний физических систем. Здесь действует следующее правило: если некоторая сохраняющаяся величина — например, механическая энергия — зависит от некоторого параметра x по закону

$$E = \frac{\kappa x^2}{2} + \frac{\mu x'^2}{2} = \text{const}, \quad (9)$$

где x' — производная по времени, а κ и μ — некоторые константы (их называют *эффективной жесткостью* и *эффективной массой*), то параметр x будет изменяться по гармоническому закону (1) с частотой $\omega = \sqrt{\kappa/\mu}$. Действительно, если взять производную по времени от обеих частей этого уравнения, то получим

$$0 = \kappa x x' + \mu x' x''$$

(производная от полной энергии E равна нулю, так как энергия сохраняется). Сокращая на x' , приходим к уравнению гармонических колебаний (5).

Пример 6. Рассмотрим малые колебания проволоки, согнутой в виде полуокружности радиусом R , которая с помощью тонких спиц подвешена на горизонтальной оси (рис. 72). (Ось проходит через центр окружности перпендикулярно плоскости кольца.) Обозначим через x линейное смещение всех точек проволоки (в том числе ее концов) при небольшом повороте из положения равновесия. Тогда кинетическая энергия проволоки будет равна $m x'^2/2$, где m — масса проволоки. Для вычисления потенциальной энергии заметим, что вместо поворота всей проволоки можно переместить кусочек длиной x с одного ее конца на другой. Так как масса этого кусочка равна

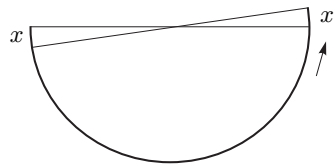


Рис. 72

$\Delta m = x(m/l)$, где $l = \pi R$ — длина проволоки, а изменение его высоты равно x , то потенциальная энергия проволоки при смещении на x возрастает на $(m/l)xgx = mgx^2/l$. Получаем

$$E = \frac{2mg}{\pi R} \frac{x^2}{2} + m \frac{x'^2}{2},$$

т. е. эффективная жесткость $\kappa = 2mg/\pi R$, а эффективная масса $\mu = m$, и частота колебаний равна $\omega = \sqrt{\kappa/\mu} = \sqrt{2g/\pi R}$.

Пример 7. Рассмотрим тонкое колесо массой M и радиусом R , которое может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси. Если на ободе колеса закрепить грузик массой m , то у такой системы появляется состояние устойчивого равновесия (груз в нижней точке), возле которого она может совершать малые колебания. Обозначим за x смещение грузика вдоль дуги из положения равновесия; угол поворота колеса равен $\alpha = x/R$. Кинетическая энергия системы

$$E_{\text{кин}} = \frac{(m + M)x'^2}{2},$$

т. е. $\mu = m + M$. Потенциальная энергия системы равна потенциальной энергии грузика (центр масс колеса при повороте не смещается):

$$E_{\text{пот}} = mgh = mgR(1 - \cos \alpha) = 2mgR \sin^2(\alpha/2) \approx 2mgR \cdot \frac{\alpha^2}{4} = \frac{mg}{R} \frac{x^2}{2},$$

т. е. $\kappa = mg/R$. Получаем, что циклическая частота малых колебаний равна

$$\omega = \frac{\kappa}{\mu} = \sqrt{\frac{mg}{(m + M)R}}.$$

► **Вынужденные колебания.** Если к системе, способной совершать *свободные* гармонические колебания с частотой ω_0 , приложить внешнюю силу F , изменяющуюся по гармоническому закону $F = F_m \cos \omega t$, то через некоторое время в системе установятся *вынужденные колебания* с частотой вынуждающей силы ω . Амплитуда этих колебаний пропорциональна амплитуде вынуждающей силы F_m и при постоянной амплитуде зависит от ее частоты ω так, как показано на рис. 73. При приближении ω к частоте собственных колебаний ω_0 амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает. Это явление называют *резонансом*. Чем меньше трение, тем больше ампли-

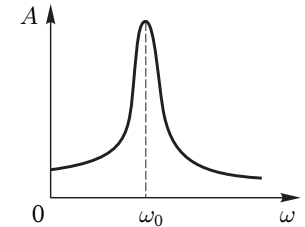


Рис. 73

туда резонансных колебаний и тем острее пик на резонансной кривой.

В каждом цикле установившихся вынужденных колебаний вынуждающая сила совершает положительную работу, равную по величине работе силы трения. При резонансе вынуждающая сила все время направлена вдоль скорости, и поэтому осуществляются самые благоприятные условия для совершения работы. Поэтому при резонансе устанавливается максимальная амплитуда колебаний.

Явление резонанса можно часто наблюдать в окружающей жизни. Например, раскачивая качели с ребенком, мы толкаем их раз в период в сторону движения. Водители автомашин хорошо знают, что если при движении по бугристой дороге корпус начнет сильно раскачиваться на рессорах, надо изменить скорость — частота «подпрыгиваний» на буграх изменится, и корпус выйдет из резонанса.

Автоколебания — это незатухающие собственные колебания, поддерживающиеся за счет периодической (в каждом цикле) подкачки энергии от какого-либо источника. Примером таких колебаний служат колебания маятника часов. Эти колебания поддерживаются за счет потенциальной энергии, запасенной в гире или в сжатой пружине. Процесс передачи энергии от источника к маятнику «управляется» самим маятником, например, включается на короткое время при прохождении маятником определенного положения. Таким способом обеспечивается синхронность воздействия с собственными колебаниями маятника; «самовоздействия» такого типа называют *обратной связью*.

► **Волны.** В упругих средах колебания, возникающие в результате внешнего воздействия в одном месте, распространяются от точки к точке. Такие распространяющиеся колебания называют *упругими волнами*. Чтобы проиллюстрировать, почему возникают упругие волны, представим атомы в кристалле твердыми шариками, соединенными между собой пружинами, моделирующими межатомные силы. Ясно, что если привести один из шариков в движение, то его колебания будут передаваться через пружины к соседним шарикам. Различают *продольные* волны, в которых колебания частиц происходят вдоль линии распространения волны, и *поперечные* волны, в которых частицы колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению волны. Скорость распространения упругих волн не зависит от частоты и амплитуды колебаний частиц, хотя скорости распространения продольных и поперечных волн различны.

► **Уравнение бегущей волны.** Обозначим смещение частиц упругой среды y , а координату в направлении распространения волны — x . Предположим, что в источнике колебаний (при $x = 0$) колебания частиц среды происходят по закону $y(0, t) = A_0 \cos \omega t$. На расстоянии x от источника колебания будут происходить по такому же закону (возможно, с меньшей амплитудой), но с запаздыванием на $\Delta t = x/v$, где v — *скорость распространения волны*:

$$y(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]. \quad (10)$$

Эта формула называется *уравнением бегущей волны*. Подставив $\omega = 2\pi/T$, получим удобную форму записи этого уравнения:

$$y(x, t) = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right], \quad (11)$$

где λ — *длина волны*, связанная со скоростью v распространения волны и периодом T колебаний частиц среды соотношением

$$\lambda = vT. \quad (12)$$

Из формулы (11) видно, что длина волны λ играет по отношению к пространственной координате x такую же роль, как период колебаний T по отношению к времени t (λ иногда называют *пространственным периодом* колебаний). При изменении x на λ фаза колебаний изменяется на 2π , т.е. колебания частиц, отстоящих на расстояние λ (вдоль линии распространения волны), происходят по одному и тому же временному закону (в фазе, синхронно).

Аналогично тому как длина волны λ является пространственным аналогом периода колебаний, *волновое число* $k = 2\pi/\lambda$ представляет собой пространственный аналог циклической частоты. Уравнение бегущей волны, записанное через ω и k , принимает наиболее компактный вид:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx). \quad (13)$$

Как видно из уравнения бегущей волны (11), чем дальше отстоит точка от источника колебаний, тем больше отстают по фазе колебания в этой точке. *Разность фаз между колебаниями двух точек*, расстояние между которыми Δx , равна

$$\Delta \varphi = k \Delta x = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

(на каждой длине волны отставание по фазе увеличивается на 2π).

► **Волновые поверхности.** Если волна распространяется вдоль тонкого стержня, то для ее описания достаточно одной координаты x . Если же волны распространяются в трехмерной среде, то их различают по форме волновых поверхностей. *Волновой поверхностью* называют поверхность, все точки которой совершают колебания в одинаковой фазе. В зависимости от способа возбуждения волн (от формы источника), волны могут быть, например, плоскими, сферическими, цилиндрическими и т. д. (Таковую же форму имеет *фронт волны*, т. е. поверхность, до точек которой только что дошло волновое возмущение.) Плоские волны возбуждаются плоским источником (большой пластиной), сферические — точечным или сферическим источником, цилиндрические — линейным или цилиндрическим источником. Если пренебречь потерями энергии на нагревание среды, то амплитуда плоской волны остается постоянной ($A = A_0$), а, например, амплитуда сферической волны будет убывать по закону $A \sim 1/r$. Дело в том, что энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды, а при удалении от центра энергия должна убывать как $1/r^2$, чтобы через сферическую поверхность площадью $4\pi r^2$ проходила за 1 с независимо от r одна и та же энергия.

► **Звук.** В жидкостях и газах могут возникать лишь продольные упругие волны. Такие волны называют *звуковыми*. Скорость звука не зависит от амплитуды колебаний, но различна для разных веществ: *скорость звука* в воздухе вблизи поверхности Земли примерно 330 м/с, в воде — около 1500 м/с.

Человеческое ухо воспринимает звуковые колебания с частотой от 20 Гц до 20 кГц. Колебания с частотой меньше 20 Гц называют *инфразвуком*, а с частотой более 20 кГц — *ультразвуком*. Увеличение частоты звуковых колебаний в слышимом диапазоне частот воспринимается человеком как увеличение *высоты тона*. Увеличение амплитуды звуковых колебаний воспринимается человеком как повышение *громкости звука*.

Ультразвуковые волны, в отличие от звуковых волн слышимых частот, хорошо распространяются в воде. Поэтому отраженный ультразвук используют для обследования дна водоемов (эхолокация), а также для исследования внутренних органов человека. Некоторые животные (дельфины, летучие мыши) используют ультразвук для общения с сородичами и для ориентировки (ультразвуковая локация).

§ 2. Электромагнитные колебания и волны

► **Колебательный контур.** Рассмотрим *колебательный контур*, состоящий из конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L с пренебрежимо малым сопротивлением обмотки

и соединяющих проводов (рис. 74). Если зарядить конденсатор и замкнуть контур, то в нем начнутся колебания (периодические изменения заряда, напряжения и тока), в процессе которых будут происходить взаимные превращения электрической энергии конденсатора и магнитной энергии катушки, но полная энергия будет при этом оставаться постоянной:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{q^2}{2C} + \frac{L(q')^2}{2} = \text{const}.$$

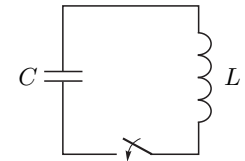


Рис. 74

Выражение для энергии контура имеет такой же вид, как для груза на пружине, но роль смещения x здесь играет заряд конденсатора q , роль скорости $v_x = x'(t)$ — сила тока $I = q'(t)$. Потенциальной энергии пружины соответствует электрическая энергия конденсатора, кинетической энергии груза — магнитная энергия катушки. Соответственно, роль эффективной жесткости κ играет величина, обратная емкости конденсатора $1/C$, а роль эффективной массы μ — индуктивность L .

Как было показано выше (см. уравнение (9)), если сохраняющаяся величина (в данном случае — энергия контура W) имеет указанный вид, то переменная q изменяется со временем по закону гармонических колебаний:

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где q_m — максимальный заряд конденсатора, φ_0 — начальная фаза (если колебания начинаются с замыкания контура, то $\varphi_0 = 0$), а циклическая частота колебаний определяется выражением

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}},$$

поскольку из (9) получаем $\omega = \sqrt{\kappa/\mu}$. Следовательно, *период собственных колебаний контура* T равен

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

(формула Томсона).

Пример 8. Выясним, через какое время после замыкания контура половина начальной электрической энергии конденсатора перейдет в магнитную энергию катушки. Колебания заряда и тока происходят по закону

$$q = q_m \cos \omega t, \quad I = q'(t) = -\omega q_m \sin \omega t.$$

(т. е. амплитуда силы тока равна $I_m = \omega q_m$). Следовательно, электрическая и магнитная энергии изменяются по закону

$$W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} \cos^2 \omega t = W \cos^2 \omega t,$$

$$W_{\text{магн}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \sin^2 \omega t = W \sin^2 \omega t,$$

где $W = q_m^2/2C = LI_m^2/2$ — полная энергия контура ($W = W_{\text{эл}} + W_{\text{магн}}$). Отметим полную аналогию этих формул с соответствующими формулами для механических колебаний. В момент, когда $W_{\text{эл}} = W/2$, получаем $\cos^2 \omega t = 1/2$, $\omega t = \pi/4$, $t = \pi/4\omega = T/8$.

► **Вынужденные электрические колебания.** *Вынужденные колебания* в электрической цепи возникают в том случае, если в цепи действует периодическая ЭДС. Переменная ЭДС создается *генератором переменного тока*, действие которого основано на явлении электромагнитной индукции. При вращении рамки из нескольких витков в постоянном магнитном поле $\vec{B}$ поток через рамку меняется по закону

$$\Phi(t) = NBS \cos \alpha = NBS \cos \omega t,$$

где S — площадь рамки, N — число витков (рис. 75); угол α между нормалью к рамке и вектором индукции $\vec{B}$ при равномерном вращении меняется по закону $\alpha = \omega t$. По закону электромагнитной индукции

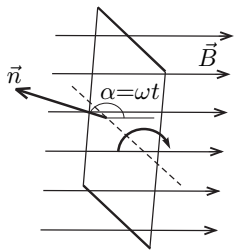


Рис. 75

$$\mathcal{E} = -\Phi'(t) = \omega NBS \sin \omega t,$$

т. е. ЭДС меняется по гармоническому закону с амплитудой $\mathcal{E}_m = \omega NBS = \omega \Phi_m$. В реальной конструкции генератора оказывается более удобным вращать постоянный магнит или катушку с током, а индуцируемый переменный ток (он может быть большим) снимать с неподвижных катушек.

Если генератор переменного тока создает на участке цепи напряжение $u(t) = U_m \cos \omega t$, то в общем случае сила тока меняется по закону

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi),$$

где φ — сдвиг фаз между током и напряжением.

► **Активное сопротивление в цепи переменного тока.** Рассмотрим участок цепи, состоящий только из *активного* сопротивления R (его называют активным, потому что вся работа внешней цепи выделяется на нем в виде тепла). По закону Ома $i(t) = u(t)/R$, т. е. $I_m = U_m/R$, и колебания тока совпадают по фазе с колебаниями напряжения ($\varphi = 0$). Мгновенная *мощность*, поглощаемая участком цепи, равна

$$P(t) = i^2 R = I_m^2 R \cos^2(\omega t) = \frac{I_m^2 R}{2} (1 + \cos 2\omega t).$$

Средняя (за период или несколько периодов) мощность составляет

$$P_{\text{ср}} = (i^2)_{\text{ср}} R = \frac{I_m^2}{2} R,$$

так как среднее значение $\cos(2\omega t)$ за период равно нулю. *Действующим значением переменного тока* называют такой постоянный ток, тепловая мощность которого на активном сопротивлении равна средней тепловой мощности переменного тока:

$$I_d = \sqrt{(i^2)_{\text{ср}}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Соответственно, *действующее значение напряжения* равно $U_m/\sqrt{2}$. Получаем

$$P_{\text{ср}} = I_d^2 R = U_d^2/R = I_d U_d. \quad (14)$$

► **Мощность переменного тока.** В общем случае, когда $\varphi \neq 0$, потребляемая мощность равна

$$P = iu = \frac{I_m U_m}{2} [\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)],$$

т. е. в течение одной части периода участок получает энергию, а в течение другой части — отдает. *Средняя мощность* равна

$$P_{\text{ср}} = \frac{I_m U_m}{2} \cos \varphi = I_d U_d \cos \varphi.$$

► **Емкость в цепи переменного тока.** В этом случае $q(t) = Cu(t) = CU_m \cos \omega t$,

$$i = q' = -\omega CU_m \sin \omega t = I_m \cos(\omega t + \pi/2),$$

т. е. колебания силы тока опережают по фазе колебания напряжения на $\pi/2$ ($\varphi = \pi/2$). Амплитуда силы тока пропорциональна амплитуде напряжения: $I_m = \omega C U_m$, поэтому величину $X_C = 1/\omega C$ называют *емкостным сопротивлением*.

► **Индуктивность в цепи переменного тока.** Если активное сопротивление катушки равно нулю, то электростатические и сторонние силы внутри катушки компенсируют друг друга (см. замечание на стр. 109), т. е. $u = -\mathcal{E}$. Пусть $i = I_m \cos \omega t$. Тогда

$$u = -\mathcal{E} = Li' = \omega L I_m \cos(\omega t + \pi/2),$$

т. е. колебания силы тока отстают по фазе от колебаний напряжения на $\pi/2$ ($\varphi = -\pi/2$). Амплитуды силы тока и напряжения связаны соотношением $U_m = \omega L I_m$. Величину $X_L = \omega L$ называют *индуктивным сопротивлением*. Как для емкости, так и для индуктивности средняя мощность на участке цепи равна нулю ($\varphi = \pm\pi/2$). В течение части периода энергия запасается в виде энергии электрического или магнитного поля, а затем полностью отдается обратно.

► **Резонанс в электрической цепи.** Рассмотрим цепь, состоящую из последовательно соединенных сопротивления, емкости

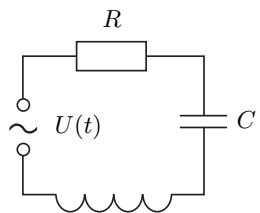


Рис. 76

и индуктивности (рис. 76). Сдвиг фаз и амплитуда колебаний силы тока зависят от частоты ω , причем зависимость носит резонансный характер (рис. 73). Максимум резонансной кривой соответствует собственной частоте колебательного контура ($\omega_p = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$). При этой частоте $X_C = X_L$, следовательно колебания напряжения на индуктивности и емкости

имеют одинаковую амплитуду, но происходят в противофазе. Это значит, что напряжение на всем участке равно напряжению на активном сопротивлении, т. е. полное сопротивление участка становится чисто активным ($\varphi = 0$).

Явление резонанса в электрической цепи используется, например, для настройки радиоприемника на частоту волны принимаемой станции.

► **Трансформаторы.** Переменный ток удобен тем, что он позволяет производить преобразования амплитуды тока и напряжения с малыми потерями энергии. Для этой цели используются *трансформаторы*, действие которых основано на явлении

электромагнитной индукции. Трансформатор состоит из первичной обмотки (N_1 витков) и вторичной обмотки (N_2 витков), намотанных на замкнутый железный сердечник (рис. 77). Сердечник концентрирует линии индукции магнитного поля, т. е. все витки пронизываются одним и тем же магнитным потоком. Значит, отношение действующих значений ЭДС, создаваемых в обмотках, равно отношению числа витков:

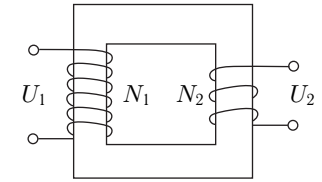


Рис. 77

$$\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_2 = N_1/N_2.$$

При холостом режиме работы трансформатора вторичная обмотка разомкнута, т. е. $i_2 = 0$, и $U_2 = \mathcal{E}_2$, потому что электростатическое поле должно компенсировать действие сторонних сил. Такое же соотношение ($U_1 = \mathcal{E}_1$) можно записать и для первичной обмотки, но только в том случае, если ее активное сопротивление пренебрежимо мало. Получаем, что действующие значения напряжений в обмотках связаны соотношением

$$U_1/U_2 = N_1/N_2 = K,$$

где K — коэффициент трансформации. Если $K < 1$, то трансформатор называют повышающим, если $K > 1$ — понижающим. Если ко вторичной обмотке подсоединена нагрузка (рабочий режим), то происходит передача энергии. Для трансформатора с идеальными обмотками $P_1 = I_1 U_1$, $P_2 = I_2 U_2$; при отсутствии потерь энергии $I_1 U_1 = I_2 U_2$, откуда следует, что при увеличении напряжения во столько же раз уменьшается сила тока. Если трансформатор не идеальный, то его КПД равен $\eta = (U_2 I_2)/(U_1 I_1)$.

Преобразование амплитуд тока и напряжения необходимо для передачи электрической энергии по проводам с минимальными потерями. Потери энергии на проводах определяются законом Джоуля–Ленца: $P = I_d^2 R$ (см. (14)), поэтому после генератора ставят повышающий трансформатор, увеличивающий амплитуду напряжения и уменьшающий амплитуду силы тока. От генератора к потребителю идет высоковольтная линия, в конце которой стоит понижающий трансформатор, преобразующий амплитуду напряжения до требуемого потребителю значения.

► **Электромагнитные волны.** Электромагнитная энергия может распространяться не только по проводам, но и в пустом

пространстве, в виде *электромагнитной волны*. Существование электромагнитных волн было предсказано Максвеллом на основе открытых им уравнений электромагнитного поля. При выводе уравнений Максвелл сделал предположение, симметричное закону электромагнитной индукции: не только переменное магнитное поле порождает *вихревое электрическое поле*, но и переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле, т.е. действует как ток (Максвелл использовал термин «ток смещения»). Порождая друг друга, магнитное и электрическое поля захватывают все новые области пространства, распространяясь в виде электромагнитной волны.

Свойства электромагнитных волн.

1. Электромагнитная волна в вакууме распространяется со скоростью света c , независимо от частоты колебаний.

2. Электромагнитная волна *поперечна*. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны к направлению распространения волны и друг к другу.

3. Амплитуды колебаний $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в волне связаны соотношением $E = cB$. Поэтому сила, действующая на заряженную частицу со стороны электрического поля, в c/v раз больше, чем со стороны магнитного поля (v — скорость частицы). Определяя *плоскость поляризации волны*, указывают плоскость колебаний вектора $\vec{E}$.

4. Объемные плотности электрической и магнитной энергий в каждой точке волны равны друг другу. Поэтому полная плотность энергии равна $w = \epsilon_0 E^2$ (см. стр. 101, 129). Так как напряженность электрического поля монохроматической волны изменяется по закону $E = E_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$, то среднее значение объемной плотности энергии равно $w_{\text{ср}} = \epsilon_0 E_0^2 / 2$.

5. *Потоком энергии* волны любой природы через данную поверхность называется энергия, проносимая волной через эту поверхность за 1 с. *Интенсивностью* (или *плотностью потока энергии*) волны называется энергия, проносимая волной за 1 с через единичную площадку, перпендикулярную направлению ее распространения (интенсивность измеряется в Вт/м²). Интенсивность волны I связана со средней объемной плотностью энергии волны соотношением $I = w_{\text{ср}} v$, где v — скорость волны. Интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды волны.

► **Излучение электромагнитных волн.** Электромагнитные волны были экспериментально обнаружены и исследованы

Герцем. Для излучения волн Герц использовал *вибратор*, который, как и колебательный контур, обладает емкостью и индуктивностью, но заряды в нем движутся вдоль одной прямой (*открытый колебательный контур*).

Свойства процесса излучения.

1. Равномерно движущийся заряд волн не излучает.

2. *Мощность излучения волн* зарядом, движущимся с ускорением, пропорциональна квадрату ускорения.

3. При излучении волн колебательной системой (вибратор, антенна) мощность излучения пропорциональна четвертой степени частоты (так как ускорение пропорционально квадрату частоты — см. (3)).

Пример 9. Считая, что точечный источник мощностью $P = 10$ Вт излучает электромагнитные волны равномерно по всем направлениям, оценим интенсивность волны I и амплитуду E_0 на расстоянии $r = 5$ м от источника. Пренебрегая потерями, запишем закон сохранения энергии:

$$P = I \cdot 4\pi r^2,$$

где в правой части стоит поток энергии через поверхность сферы радиусом r . Отсюда $I = P/4\pi r^2 = 0,032$ Вт/м². Поскольку $I = (\epsilon_0 E_0^2 / 2) c$, то $E_0 = (P/2\pi\epsilon_0 c r^2)^{1/2} \approx 4,9$ В/м.

► **Шкала электромагнитных волн.** Шкала электромагнитных волн условно делится на следующие области (по длине волны): а) низкочастотное излучение, б) радиоволны (0,05 мм–10⁵ м), в) оптический диапазон: *инфракрасные лучи* (770 нм–0,05 мм), видимый свет (380 нм–770 нм), *ультрафиолетовые лучи* (10 нм–380 нм), г) рентгеновские лучи (0,01 нм–100 нм) и д) γ -излучение (< 0,1 нм). Качественное различие между разными участками шкалы состоит в способах возбуждения и регистрации волн; кроме того, при увеличении частоты (особенно при переходе к рентгеновским лучам и γ -излучению) все более отчетливо проявляются корпускулярные свойства излучения.

► **Радиосвязь.** Радиосвязью называется передача информации без проводов, с помощью электромагнитных волн. Для осуществления радиосвязи необходимо иметь излучатель достаточно высокой частоты (иначе мощность излучения будет мала), антенну и приемник. Приходящая волна вызывает в антенне слабые колебания высокой частоты, которые поступают на приемник и управляют происходящими там процессами. Радиосвязь была впервые осуществлена Поповым в 1895 г.

Для записи, передачи и воспроизведения звуковых колебаний (*радиотелефонная связь*) используют *модуляцию* колебаний высокой частоты (ее называют несущей) низкой (звуковой) частотой. (Непосредственно использовать электромагнитные волны звуковой частоты не удастся — слишком мала мощность излучения.) Поступая на приемник, модулированный сигнал вызывает колебания большой амплитуды в колебательном контуре, настроенном на несущую частоту (т. е. его собственная частота равна частоте той волны, которую хотят усилить). Амплитуда колебаний в контуре оказывается также модулированной. Чтобы «очистить» сигнал от несущей частоты, его сначала выпрямляют (детектируют) с помощью диода, а потом сглаживают с помощью фильтра. Выделенный таким образом сигнал усиливается и поступает на динамик, вызывая звуковые колебания мембраны.

Глава 5

ОПТИКА.

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Оптика занимается изучением электромагнитного излучения оптического (светового) диапазона (см. с. 152), явлений, возникающих при его распространении и взаимодействии с веществом.

§ 1. Основы волновой оптики

► **Поперечность электромагнитных волн. Поляризация света.** Как и любые электромагнитные волны, световые волны являются поперечными: колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ происходят в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Кроме того, в электромагнитной волне $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны друг другу.

Как уже отмечалось в гл. 4, действие электрического поля волны на электроны вещества гораздо сильнее, чем действие магнитного поля. Поэтому воздействие электромагнитных волн (например, фотоэффект, зрительное восприятие и т. д.) определяется вектором $\vec{E}$, который часто называют *световым вектором*.

С поперечностью световых волн связано явление *поляризации*. В естественном свете колебания светового вектора $\vec{E}$ происходят по всем направлениям, перпендикулярным направлению распространения волны (неполяризованный свет). Однако после прохождения через определенные вещества (например, турмалин) волна оказывается плоскополяризованной, т. е. колебания $\vec{E}$ происходят в некотором выделенном направлении. Такие устройства называют *поляризаторами*; поляризатор пропускает волны, в которых колебания вектора $\vec{E}$ лежат в некоторой определенной плоскости, и задерживает волны с перпендикулярной поляризацией. Для проверки того, что свет является поляри-

зованным, после первого поляризатора устанавливают второй. Поворачивая ось второго поляризатора, обнаруживают, что при угле между осями поляризаторов, равном 90° , свет через второй поляризатор не проходит.

Поляризация (полная или частичная) происходит также при отражении световых волн. Это явление легко наблюдать, разглядывая через поляризатор солнечный свет, отраженный спокойной водной поверхностью.

► **Показатель преломления. Дисперсия.** Измерения скорости света в различных прозрачных средах показали, что она всегда меньше скорости света в вакууме. Отношение скорости света в вакууме к скорости электромагнитной волны в веществе называют *абсолютным показателем преломления вещества* (или просто *показателем преломления*)

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1)$$

В отличие от скорости в вакууме, скорость распространения электромагнитных волн в веществе (а значит, и показатель преломления) зависит от длины волны; это явление называют *дисперсией*. Для световых волн длина волны связана с цветом; поэтому дисперсия света проявляется в зависимости показателя преломления от цвета. Впервые это явление исследовал Ньютон; пропустив узкий пучок белого света через призму, он обнаружил, что пучок развернулся в полоску со всеми цветами: от фиолетового (наибольшее преломление) до красного.

Такая зависимость $n(\lambda)$, при которой показатель преломления возрастает с уменьшением длины волны, называется *нормальной дисперсией*. Обратная зависимость (*аномальная дисперсия*) наблюдается в парах некоторых веществ (натрия, ртути), а также в некоторых жидкостях в тех диапазонах частот, где происходит сильное поглощение света (в полосах поглощения).

► **Спектральный анализ.** Важную информацию о внутреннем строении вещества можно получить, исследуя спектральный состав излучаемых им электромагнитных волн. Спектры веществ условно делят на три типа: твердые и жидкие вещества имеют непрерывные (*сплошные*) спектры, разреженные молекулярные газы — *полосатые* спектры и разреженные атомные газы — *линейчатые* спектры. Длины волн линейчатого спектра какого-либо вещества зависят только от свойств атомов этого вещества, но не зависят от способа возбуждения свечения атомов.

Спектральный анализ — определение химического состава вещества по его спектру; для этого спектральные линии исследуемого вещества сравнивают с таблицами спектров атомов.

Белый свет представляет собой смесь световых волн всех цветов; окраска предметов определяется не излучением соответствующих волн самими предметами (при комнатной температуре излучение световых волн ничтожно мало), а тем, что освещенное белым светом тело по-разному поглощает свет различной частоты.

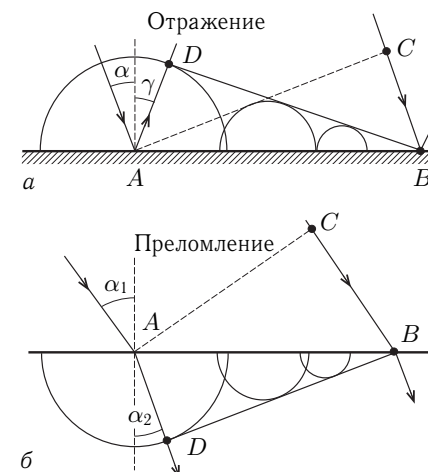


Рис. 78

► **Отражение и преломление. Принцип Гюйгенса.** Свет, падающий на границу раздела двух сред, испытывает отражение и преломление. *Законы отражения и преломления* (см. следующий параграф) могут быть выведены из *принципа Гюйгенса*: а) каждая точка волнового фронта является источником вторичных волн; б) чтобы найти новый фронт волны, надо построить огибающую вторичных волн. Рисунки 78 а, б поясняют вывод законов отражения и преломления света. AC — фронт падающей волны, BD — фронт прошедшей (отраженной или преломленной) волны; в случае отражения $CB = AD$, и $\gamma = \alpha$ (закон отражения); в случае преломления $CB = v_1 \Delta t = (c/n_1) \Delta t$, $AD = v_2 \Delta t = (c/n_2) \Delta t$, т.е. $\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = n_2 / n_1$ (закон преломления).

Обобщением и развитием принципа Гюйгенса является *принцип Гюйгенса–Френеля*, учитывающий интерференцию (сложение) вторичных волн. Этот принцип используется для количественного описания дифракции (см. ниже). Отметим, что

принципы Гюйгенса и Гюйгенса–Френеля и законы отражения и преломления верны для волн любой природы.

Отметим важное свойство монохроматической (имеющей определенную частоту ν) световой волны: при переходе из вакуума в среду частота ν не меняется, а длина волны $\lambda = v/\nu$, как и скорость волны, уменьшается в n раз.

Распределение энергии между отраженной и преломленной волной зависит от относительного показателя преломления сред ($n = n_2/n_1$), от угла падения и от поляризации волны; оно может быть выведено из граничных условий для электрического и магнитного полей на границе раздела сред (этот анализ был проделан Френелем). Для многих прозрачных сред (например, для воды, стекла) коэффициент отражения (доля отраженной энергии) меняется от нескольких процентов при нормальном падении до 100% при скользящем падении. Кроме того, из этих же граничных условий следует, что при отражении от оптически более плотной среды (с большим показателем преломления) колебания вектора $\vec{E}$ в отраженной волне происходят в *противофазе* с колебаниями $\vec{E}$ в падающей волне (фаза волны меняется на π).

► **Интерференция света.** Наложение двух (или нескольких) волн, при котором образуется устойчивое перераспределение в пространстве энергии результирующих колебаний, называют *интерференцией*. Наблюдать интерференцию можно только тогда, когда волны являются *когерентными*, т.е. разность фаз складывающихся колебаний в каждой точке пространства не зависит от времени. Можно показать, что когерентные волны должны иметь одинаковую частоту (и длину волны). При сложении двух когерентных волн амплитуда в данной точке пространства будет максимальной, если колебания происходят синхронно, т.е. разность их фаз равна нулю или целому кратному 2π ,

$$\Delta\psi = m \cdot 2\pi \quad (\text{max}),$$

(число m называют *порядком интерференционного максимума*) и минимальной, если колебания происходят в противофазе:

$$\Delta\psi = (m + \frac{1}{2}) \cdot 2\pi \quad (\text{min}).$$

Если, к примеру, амплитуды складываемых волн одинаковы, то в точках минимума амплитуда результирующих колебаний равна нулю, в точках же максимума амплитуда колебаний возрастает в два раза, а энергия (точнее, средняя объемная плотность энергии) — в четыре. (Энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды.) Если бы

волны были не когерентными, то складывались бы не амплитуды, а интенсивности, т.е. средняя энергия колебаний в каждой точке возросла бы в два раза.

Фаза волны ψ в данной точке пространства определяется тем, сколько длин волн укладывается на пути света от источника к данной точке: на каждой длине волны запаздывание по фазе по отношению к источнику увеличивается на 2π (см. стр. 147).

► Оптическая длина пути и оптическая разность хода.

Если распространение световой волны от источника к точке наблюдения происходит в среде с показателем преломления n , то для подсчета отставания по фазе вводят *оптическую длину пути*, равную $l_{\text{опт}} = nl$, где l — расстояние, которое проходит свет в среде. Отставание по фазе на этом участке выражается через отношение $l_{\text{опт}}$ к длине волны λ_0 данного света в вакууме:

$$\Delta\psi = \frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{2\pi nl}{\lambda_0} = \frac{2\pi l_{\text{опт}}}{\lambda_0}.$$

Если свет к точке наблюдения проходит участки с разными показателями преломления, то надо вычислить общую оптическую длину пути: $l_{\text{опт}} = n_1 l_1 + n_2 l_2 + \dots$. Кроме того, если на пути от источника к точке наблюдения интерференции свет испытывает отражение от оптически более плотной среды (с большим показателем преломления), то фаза колебаний скачком меняется на π . Это можно учесть, прибавив к оптической длине пути $\lambda_0/2$.

Если волны создаются *синфазными* (т.е. колеблющимися в фазе) источниками, то разность фаз в точке наблюдения определяется *оптической разностью хода* $\Delta = l_{\text{опт1}} - l_{\text{опт2}}$ двух волн:

$$\Delta\psi = 2\pi \frac{l_{\text{опт1}}}{\lambda_0} - 2\pi \frac{l_{\text{опт2}}}{\lambda_0} = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda_0}.$$

Соответственно условия максимума и минимума интерференции принимают следующий вид:

$$\Delta = m\lambda_0 \quad (\text{max}); \quad \Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \quad (\text{min}). \quad (2)$$

Пример 1. Стоячие волны. Важный пример интерференции для волн любой природы возникает при наложении двух одинаковых бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу. Вторая волна обычно возникает при отражении первой от границы раздела сред (или от зеркала). Если отражение происходит в точке $x = 0$, то уравнения бегущих волн имеют вид

$$y_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx), \quad y_2(x, t) = A \cos(\omega t + kx + \delta),$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число (см. гл. 4, формула(13)), а δ учитывает скачок фазы при отражении (δ равна либо 0, либо π). Получаем

$$y_1 + y_2 = 2A \cos\left(kx + \frac{1}{2}\delta\right) \cos\left(\omega t + \frac{1}{2}\delta\right).$$

Амплитуда колебаний $2A \cos(kx + \delta/2)$ равна нулю в одних точках пространства (эти точки называют *узлами* стоячей волны) и достигает максимального значения $2A$ в других точках (*пучности* стоячей волны). Пучности лежат посередине между узлами, расстояние между соседними узлами равно $\lambda/2$. Колебания всех точек волны между двумя соседними узлами происходят в фазе между собой, а колебания в двух соседних пучностях — в противофазе (рис. 79).

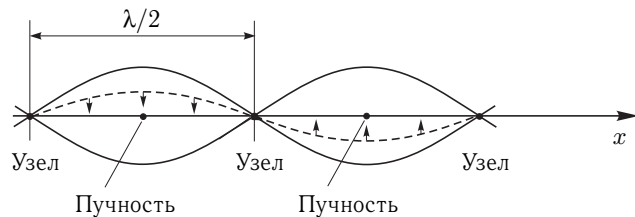


Рис. 79

► **Осуществление когерентных волн в оптике.** Два независимых источника света не могут создать интерференционную картину. Дело в том, что исходящий от них свет состоит из множества волн, испущенных различными атомами в случайные моменты времени (исключение составляют лазеры). Каждый атом испускает свет в процессе перехода из возбужденного состояния в основное (*высвечивание атома*), испущенная им волна (ее называют волновым *цугом*) имеет конечную продолжительность τ (время высвечивания), конечную пространственную длину $L = c\tau$ и содержит конечное число колебаний $N = \tau/T = L/\lambda$ (T — период колебаний). Пропустив свет через фильтр, можно обеспечить примерное равенство частот (остальные частоты фильтр поглощает), но постоянную разность фаз мы не получим. Поэтому для наблюдения оптической интерференции обеспечивают наложение двух волн, испущенных одним источником света, но пришедших к месту интерференции различными путями. В этом случае происходит разделение каждого цуга на два «близнеца», между которыми и происходит интерференция в точке наблюдения. Если положения максимумов и минимумов для всех цугов примерно совпадают, то мы получим устойчивую интерференционную картину.

Условия наблюдения интерференции. На качество интерференционной картины влияют два фактора: протяженность источника света и неизбежная немонохроматичность излучения.

Интерференция происходит между цугами, пришедшими из одной точки источника (испущенными одним атомом или близкими группами атомов). Для каждой точки источника возникают свои условия максимумов и минимумов, т. е. возникает своя интерференционная картина. Для близких точек эти картины близки, но при увеличении размеров источника происходит размытие общей картины (максимумы от одних точек источника накладываются на минимумы от других). Чем меньше размеры источника, тем лучше картина интерференции.

Даже при использовании высококачественных фильтров излучение в виде конечных цугов не может быть идеально монохроматичным — таковым является только бесконечная синусоида. Значит, излучение неизбежно является суперпозицией волн с длинами волн в интервале $(\lambda, \lambda + \Delta\lambda)$. Это приводит к размытию интерференции — начиная с некоторого порядка m максимумы для одних длин волн накладываются на минимумы для других, и картина оказывается смазанной. Для наблюдения четкой интерференции разность хода должна быть мала по сравнению с *длиной когерентности*, которую можно отождествить со средней длиной L волнового цуга. Действительно, если разность хода больше этой длины, цуг не сможет встретиться и проинтерферировать со своим «близнецом».

Вопрос. Как выражается длина когерентности через ширину спектральной полосы $\Delta\lambda$?

Ответ. Запишем условие размытия интерференции: $m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + \frac{1}{2})\lambda$, (максимум для линии λ наложился на минимум для линии $\lambda + \Delta\lambda$). Отсюда оценим максимальный порядок спектра: $m \sim \lambda/\Delta\lambda$. Следовательно, максимальная разность хода (длина когерентности) равна $L = m\lambda \sim \lambda^2/\Delta\lambda$.

Опыт Юнга. Идея об интерференции лучей, испущенных одним источником, была высказана Френелем в 1815 г. Им же было предложено несколько интерференционных схем, в которых оптическая

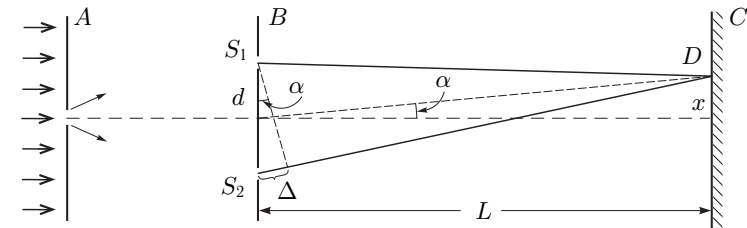


Рис. 80

система формировала два близко расположенных изображения одного источника, а уже эти изображения играли роль когерентных источников интерферирующих волн. Однако первый интерференционный опыт

был предложен Юнгом в 1802 г. Принципиальная схема опыта Юнга состоит в следующем (рис. 80). Солнечный свет пропускается через фильтр и попадает на экран A с очень узкой щелью, которая играет роль источника.

Благодаря явлению дифракции (см. ниже) пучок света после щели расширяется («дифракционное расширение») и падает на две очень узкие близко расположенные щели S_1 и S_2 в экране B ; эти щели в данном опыте играют роль когерентных источников. Свет, прошедший каждую из щелей, в свою очередь испытывает дифракционное расширение, и на удаленном экране C в области перекрытия этих пучков наблюдается интерференционная картина в виде равномерно чередующихся темных (min) и светлых (max) полос.

Вопрос. Как вычислить положение интерференционных полос в опыте Юнга?

Ответ. Если расстояние L от экрана B до экрана C велико по сравнению с расстоянием d между щелями, то лучи S_1D и S_2D почти параллельны и оптическая разность хода равна $\Delta = d \sin \alpha$ (α — направление на точку наблюдения D). Подставляя Δ в условие максимума порядка m (формула (2)) и считая α малым, найдем направление на m -ый максимум: $\alpha_m = m\lambda/d$. Расстояние x_m от центра экрана C до m -го максимума равно

$$x_m = L\alpha_m = m\lambda \frac{L}{d}.$$

Расстояние между соседними максимумами постоянно и равно $\Delta x = \lambda \cdot (L/d)$. (Аналогичные формулы верны для любой интерференционной схемы.)

Вопрос. Для чего нужен экран A с узкой щелью? Почему расстояние между щелями должно быть малым?

Ответ. Источник должен быть узким, иначе наложение интерференционных полос от разных точек источника смажет картину. Чем меньше расстояние между щелями, тем больше угловое положение максимумов и расстояние между максимумами на экране.

► **Интерференция в тонких пленках.** Рассмотрим интерференцию волн, отраженных от двух поверхностей *тонкой пленки* или тонкого воздушного промежутка (рис. 81).

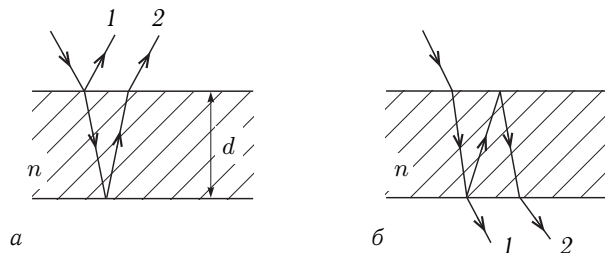


Рис. 81

Оптическая разность хода и разность фаз зависят от толщины пленки или промежутка; при нормальном падении света для отраженных лучей (рис. 81а) оптическая разность хода равняется $\Delta = 2dn + \lambda_0/2$ (половина длины волны добавлена, чтобы учесть отражение луча 1 от оптически более плотной среды). Если толщина меняется, то светлые полосы чередуются с темными.

Пример 2. Если между двумя тщательно отполированными стеклянными пластинами размером $L \times L$ поместить вдоль одного края волос диаметром d , то между ними образуется маленький угол $\alpha = d/L$; на расстоянии x от другого края (где стекла соприкасаются) толщина воздушного промежутка равна $h = x\alpha$. При освещении такого воздушного клина монохроматическим светом с длиной волны λ при наблюдении в отраженных лучах будут видны равноотстоящие светлые и темные полосы. Условие максимума m -го порядка имеет вид

$$2h_m + \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

т. е. $h_m = (m - 1/2)\lambda/2$. m -я светлая полоса расположена от линии соприкосновения стекол на расстоянии $x_m = h_m/\alpha = (m - 1/2)\lambda/2\alpha$. Расстояние между двумя соседними полосами равно $\Delta x = \lambda/2\alpha$. Например, при $d = 10^{-5}$ м, $L = 10$ см угол клина равен $\alpha = 10^{-4}$ и для $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м расстояние между полосами $\Delta x = 2,5$ мм.

Известным примером таких полос являются также *кольца Ньютона*, возникающие при наблюдении в отраженном свете промежутка между плоской стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой сферической линзой.

Вопрос. Что будет наблюдаться в центре колец Ньютона — темное или светлое пятно?

Ответ. Темное, за счет изменения фазы на π при отражении от границы воздух–стекло.

Тонкие пленки находят различные применения в технике. Наблюдая интерференцию на тонком промежутке между изучаемой поверхностью и очень гладкой эталонной пластинкой, получают информацию о качестве обработки этой поверхности. Покрывая поверхность оптических стекол (линз, призм) тонкой пленкой такой толщины, чтобы отражение заданных длин волн было наименьшим, получают *просветление оптики*.

Если нужно максимально уменьшить отражение света с длиной волны λ от стекла с показателем преломления n , то поверхность стекла покрывают тонкой полимерной пленкой с показателем преломления $n' = \sqrt{n}$. Из анализа граничных условий следует, что в этом случае интенсивности двух отраженных лучей близки друг другу.

Для гашения отраженных лучей надо обеспечить выполнение условия интерференционного минимума: $2dn' = (m + \frac{1}{2})\lambda$. Минимальная толщина соответствует $m = 0$: $d_0 = \lambda/4n'$.

Вопрос. Почему в этом случае мы не добавляли к оптической разности хода $\lambda/2$?

Ответ. Поскольку $n' < n$, оба отражения происходят от оптически более плотной среды.

Вопрос. При отражении от тонкой пленки может происходить либо существенное ослабление, либо усиление отраженного света. Не противоречит ли это закону сохранения энергии?

Ответ. Если выполняется условие минимума для отраженных лучей, то обязательно выполняется условие максимума для проходящих лучей (рис. 81 б), и наоборот. Например, в случае воздушного промежутка (пример 2 и кольца Ньютона) при вычислении оптической разности хода для отраженных лучей надо прибавлять $\lambda/2$, а для проходящих — не надо (луч 2 испытывает *два* отражения от оптически более плотной среды). Напротив, для просветления оптики для проходящих лучей луч 2 испытывает *одно* отражение от оптически более плотной среды, и надо добавлять $\lambda/2$.

► **Дифракция света.** Отклонение от прямолинейного распространения волн, огибание волнами препятствий называют *дифракцией*. Дифракция, как и интерференция, присуща любому волновому процессу. Количественную теорию дифракции света построил Френель, который расширил принцип Гюйгенса (см. рис. 78), сформулировав следующее правило: амплитуда волны в произвольной точке пространства представляет собой результат интерференции вторичных волн от воображаемых точечных источников, расположенных на волновом фронте в любой предыдущий момент времени (*принцип Гюйгенса–Френеля*). Дифракция оказывается существенной при размерах отверстий или препятствий, сравнимых с длиной волны (более точно см. ниже). Например, тень от маленького диска содержит светлое пятно в центре, а вокруг видны темные и светлые окружности. Свет, пропущенный через маленькое отверстие, также дает на экране систему концентрических кругов, причем размеры картинке могут заметно превышать размеры отверстия (лучи расходятся).

Вопрос. На каких расстояниях L от отверстия размером d дифракционным расширением пучка света можно пренебречь?

Ответ. Если на отверстие падает плоская волна по нормали к отверстию, то все вторичные источники в плоскости отверстия излучают в фазе. Угол расхождения пучка после отверстия определяется условием, что разность хода между крайними точками отверстия сравнима с длиной волны: $d \sin \alpha \sim \lambda$, т. е. $\alpha \sim \lambda/d$. На экране, удаленном на расстояние L , изменение размеров светового пятна равно

$\Delta d \sim L\alpha \sim L\lambda/d$. Дифракционным расширением можно пренебречь, если $\Delta d \ll d$, т. е. $L \ll d^2/\lambda$. По-другому: при наблюдении с расстояния L размеры отверстия d должны быть много больше $\sqrt{L\lambda}$ (*приближение геометрической оптики*).

► **Дифракционная решетка.** На явлении дифракции основано действие *дифракционной решетки*, которая представляет собой большое количество щелей, расположенных на одинаковом расстоянии d друг от друга (это расстояние называют *постоянной решетки*). На решетку падает нормально плоская волна, за решеткой ставят линзу, а в фокальной плоскости линзы располагают экран. Каждая щель представляет собой вторичный источник волн; лучи, идущие под углом φ к нормали, собираются линзой в одну точку на экране (рис. 82). Если разность хода между соседними щелями, равная $d \sin \varphi$, кратна длине волны λ ,

$$d \sin \varphi = m\lambda,$$

то все волны усиливают друг друга, и на экране для длины волны λ возникает максимум (*условие главного максимума* порядка m). Если угол φ чуть-чуть изменить, то условие взаимного усиления всех N щелей нарушится, и максимум исчезнет. Чем больше щелей N содержит решетка, тем более узкими являются главные максимумы. Положение этих узких максимумов зависит от λ , следовательно решетка — хороший *спектральный прибор*: если падающий свет содержит две близкие спектральные линии, то на экране можно увидеть два соответствующих им узких максимума (если N велико, то они не сливаются).

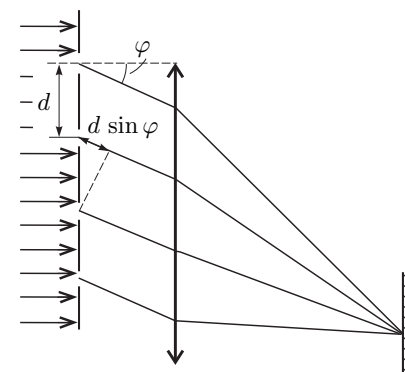


Рис. 82

§ 2. Геометрическая оптика

Геометрическая оптика отвлекается от волнового характера и от поляризации светового излучения, оперируя понятиями *световых лучей*, указывающих направление распространения световой энергии, и узких *световых пучков*, образованных этими лучами. Основные законы *геометрической оптики*: закон

независимости световых пучков, прямолинейного распространения, отражения и преломления света. К перечисленным законам следует добавить принцип обратимости световых лучей. Законы геометрической оптики верны до тех пор, пока можно пренебречь явлениями интерференции и дифракции. Например, при рассмотрении светового пучка, прошедшего через маленькое отверстие в экране, наблюдается дифракционное расширение пучка, которое проявляется на достаточно большом расстоянии от экрана (см. обсуждение дифракции в предыдущем параграфе).

Принцип независимости световых пучков: энергия в каждом пучке распространяется независимо от других пучков; освещенность поверхности равна сумме освещенностей, создаваемых отдельными пучками (явления интерференции и дифракции тем самым не учитываются).

Закон прямолинейного распространения света утверждает, что в однородной среде или в вакууме свет распространяется прямолинейно, т. е. луч света представляет собой прямую линию. Используя этот закон, находят границы тени (источник не виден) и полутени (видна часть источника).

► **Изображение.** Важное значение в геометрической оптике имеет понятие *изображения*: изображением точечного источника называют точку, в которой пересекаются лучи от этого источника после прохождения ими оптической системы. Если прошедшие лучи образуют сходящийся пучок, то изображение называют *действительным*; если же лучи расходятся из воображаемой точки, лежащей за оптической системой (по отношению к наблюдателю), то изображение называют *мнимым*.

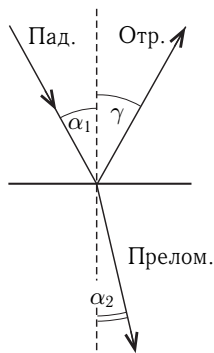


Рис. 83

► **Отражение и преломление.** При падении света на границу раздела двух сред часть света (а иногда весь свет) отражается обратно в первую среду. Если вторая среда прозрачна, то часть света проходит во вторую среду, изменяя направление луча, т. е. происходит преломление света (рис. 83). Угол α_1 между падающим лучом и перпендикуляром к границе раздела двух сред, восстановленным в точке падения, называют *углом падения* (плоскость, проведенную через эти две прямые, называют *плоскостью падения*.) Точно так же определяют *угол отражения* γ и *угол преломления* α_2 .

► **Закон отражения света.** Закон отражения света утверждает, что отраженный луч лежит в плоскости падения, и угол отражения равен углу падения ($\gamma = \alpha_1$). Опираясь на этот закон, можно убедиться в том, что плоская отражающая поверхность (т. е. плоское зеркало) формирует мнимое изображение светящейся точки, расположенное симметрично самой точке относительно зеркала (рис. 84). *Изображение предмета в плоском зеркале* равно по размерам самому предмету.

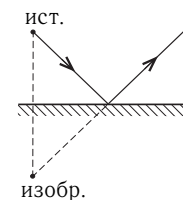


Рис. 84

Вопрос. Луч падает на зеркало. С какой угловой скоростью будет поворачиваться отраженный луч, если зеркало начать поворачивать с угловой скоростью ω относительно оси, перпендикулярной к плоскости падения?

Ответ. С угловой скоростью 2ω . Падающий луч неподвижен, перпендикуляр к зеркалу поворачивается со скоростью ω , значит, с такой же скоростью изменяются как угол падения, так и угол отражения. Сумма этих двух углов, которая есть угол между падающим и отраженным лучами, изменяется со скоростью 2ω .

► **Сферические зеркала.** Любое сферическое зеркало (выпуклое или вогнутое) формирует изображение точечного источника, но не всеми лучами, как в случае плоского зеркала, а только теми, которые

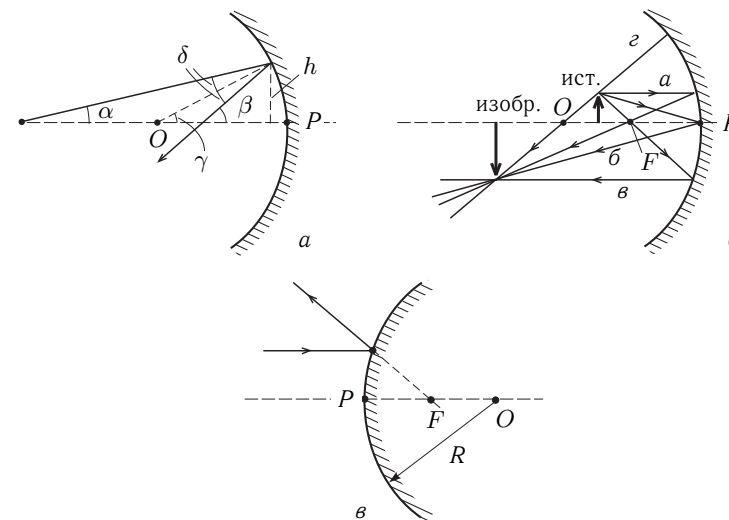


Рис. 85

падают на зеркало под малыми углами (такие лучи называют *параксиальными*). Рассмотрим, к примеру, вогнутое зеркало радиусом R (рис. 85а). Луч, падающий по осевой линии, проходящей через

центр O зеркала, отражается вдоль этой же линии. Рассмотрим луч, падающий под произвольным малым углом α к осевой линии. Из соотношений $\beta = \gamma + \delta$ и $\gamma = \delta + \alpha$ получаем $\alpha + \beta = 2\gamma$. Выражая углы (с учетом их малости) через расстояния d от источника до зеркала и f от изображения до зеркала: $\alpha = h/d$, $\beta = h/f$ и $\gamma = h/R$, придем к соотношению

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (3)$$

Если в этой формуле положить $d = \infty$, получим $f = R/2$. Это означает, что лучи, падающие параллельно осевой линии вблизи нее, после отражения пересекаются в точке, отстоящей от зеркала на $R/2$. Эту точку называют *действительным фокусом вогнутого зеркала* и обозначают буквой F . Наоборот, лучи, испущенные из фокуса ($d = F = R/2$) под малыми углами, после отражения распространяются параллельно осевой линии ($f = \infty$). Если источник лежит между фокусом и зеркалом ($d < F = R/2$), то $f < 0$. Это означает, что формируемое изображение будет мнимым. Если же на зеркало падает сходящийся пучок лучей, точка пересечения которых лежит за зеркалом на расстоянии a от него, то говорят о *мнимом источнике* и в формуле (3) считают d отрицательным ($d = -a$).

Для построения изображения малого предмета, расположенного перпендикулярно к осевой линии, можно использовать любые два из четырех опорных лучей (рис. 85 б), ход которых после отражения известен: а) падающий параллельно осевой линии, б) падающий в основание осевой линии (точку P), в) падающий через фокус и г) падающий через центр зеркала. Из подобия треугольников, образованных лучом (б), источником, изображением и осевой линией, следует, что отношение размеров изображения к размерам предмета (увеличение сферического зеркала) равно: $\Gamma = l'/l = |f/d|$.

В случае выпуклого зеркала как фокус, так и изображение действительного источника оказываются мнимыми (рис. 85 в), а формула (3) принимает вид

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = -\frac{2}{R} \quad (4)$$

($d > 0$, $f < 0$).

Свойства сферических зеркал во многом напоминают свойства тонких линз, описанные ниже.

► **Закон преломления света.** Закон преломления света утверждает, что преломленный луч лежит в плоскости падения, и отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина, постоянная для данных двух сред; ее называют *относительным показателем преломления* второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n.$$

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютного показателя преломления второй среды к абсолютному показателю преломления первой среды $n = n_2/n_1$, откуда получаем

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (5)$$

Принцип Ферма. Ферма предложил красивый подход к определению хода световых лучей. Принцип Ферма утверждает, что истинная траектория луча света, исходящего из точки A и приходящего в точку B , соответствует минимальному (или иногда максимальному) времени распространения света (а значит, и минимальной оптической длине пути). Математически наличие экстремума означает, что все близкие траектории, получающиеся небольшой деформацией (*варьированием*) истинной траектории, имеют почти одинаковую оптическую длину пути. Принцип Ферма был первым из так называемых *вариационных принципов*, играющих важную роль в современной физике.

Из принципа Ферма можно вывести все законы геометрической оптики, его можно использовать при решении задач.

Пример 3. Изображение, формируемое плоской преломляющей поверхностью. Хорошо известно, что все предметы на дне неглубокого водоема при рассматривании сверху через прозрачную незамутненную воду кажутся ближе, чем на самом деле. Покажем, что *плоская преломляющая поверхность* формирует мнимое изображение предмета. Рассмотрим источник, находящийся в воде на глубине h , и найдем точку пересечения двух лучей: одного, идущего вдоль перпендикуляра к поверхности, и второго, идущего под малым углом α к этому перпендикуляру (рис. 86), после их преломления. Угол преломления для второго луча β найдем из закона преломления: $\sin \beta = n \sin \alpha$, или, учитывая малость углов, $\beta = n\alpha$. Глубину x , на которой пересекаются лучи, свяжем с глубиной h , выразив из двух разных треугольников расстояние y между точками выхода лучей из воды: $h \operatorname{tg} \alpha = x \operatorname{tg} \beta$, или, опять же с учетом малости углов, $x = h\alpha/\beta = h/n$. Так как положение точки пересечения оказалось не зависящим от α , то в этой точке формируется изображение источника. Показатель преломления воды равен $n \approx 1,3$, т. е. кажущаяся глубина водоема примерно на 25 % меньше действительной. Если, наоборот, рассматривать из-под воды предмет, находящийся в воздухе, то он будет казаться дальше, чем на самом деле (убедитесь в этом сами). Отметим, что (в отличие от случая плоского зеркала) в данном случае изображение формируется только *узким пучком лучей* с малыми углами падения

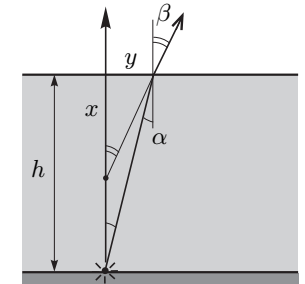


Рис. 86

на преломляющую поверхность (при рассматривании глазом это условие, конечно же, выполняется).

Пример 4. Изображение, формируемое сферической преломляющей поверхностью. Не только плоская, но и сферическая поверхность формирует изображение точечного источника узким пучком лучей с малыми углами падения (*параксиальными лучами*). Рассмотрим, к примеру, точечный источник возле выпуклой сферической поверхности прозрачной среды с показателем преломления n (рис. 87 а).

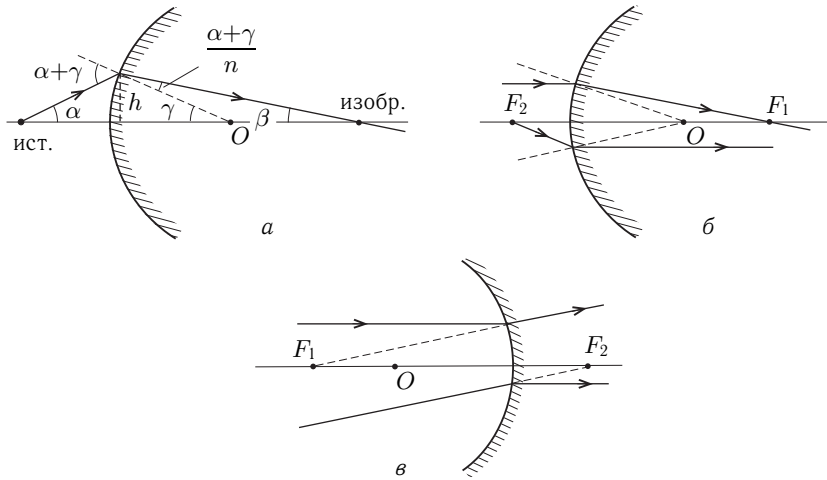


Рис. 87

Луч, падающий по осевой линии, проходящей через центр сферы нормально к поверхности, проходит в среду без преломления. Рассмотрим луч, падающий под малым углом α к осевой линии. Угол падения равен $\alpha + \gamma$, угол преломления $(\alpha + \gamma)/n$. С осевой линией преломленный луч образует угол $\beta = \gamma - (\alpha + \gamma)/n$. Выражая углы (с учетом их малости) через расстояния d от источника до поверхности и f от изображения до поверхности: $\alpha = h/d$, $\beta = h/f$ и $\gamma = h/R$, придем к соотношению:

$$\frac{1}{d} + \frac{n}{f} = \frac{n-1}{R}. \quad (6)$$

Если в этой формуле положить $d = \infty$, получим $f = Rn/(n-1)$. Это означает, что лучи, падающие параллельно осевой линии вблизи нее (рис. 87 б), после преломления пересекаются в точке, отстоящей от зеркала на $F_1 = Rn/(n-1)$ (*задний фокус* — луч, испущенный из этой точки, после преломления идет *назад* параллельно осевой линии). Однако, чтобы получить после преломления лучи, идущие *вперед* параллельно осевой линии ($f = \infty$), надо расположить источник

на расстоянии $F_2 = R/(n-1)$ от поверхности (*передний фокус*). (Различие между передним и задним фокусами возникает тогда, когда лучи, падающие на оптическую систему, и лучи, прошедшие ее, распространяются в разных средах.) Если $d < F_2$, то $f < 0$, т. е. изображение получается мнимым. В случае сходящегося пучка параксиальных лучей, падающих на поверхность, имеем дело с мнимым источником ($d < 0$).

В случае вогнутой поверхности в правой части формулы (6) надо поставить знак минус, т. е. как фокусы, так и изображения будут мнимыми (рис. 87 в). Обобщение этой формулы на произвольные среды выглядит так:

$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{f} = \pm \frac{n_1}{R} \pm \frac{n_2}{R}, \quad (7)$$

где знак плюс ставится тогда, когда данная среда ограничена выпуклой поверхностью.

Пример 5. Закон преломления света, записанный в форме

$$n \sin \alpha = \text{const}$$

(см. (5)), позволяет дать качественное объяснение появлению *миражей* над раскаленной поверхностью дороги или пустыни. Показатель преломления воздуха зависит от его плотности — где больше плотность, там больше и показатель преломления. Так как давление воздуха постоянно, то его плотность около раскаленной поверхности меньше, чем в верхних слоях (вспомните уравнение состояния газа $p = \rho RT/M$). Предположим, что луч света падает полого (т. е. под углом почти 90°) на поверхность. По мере приближения к поверхности n уменьшается, α возрастает, и при некотором n направление луча станет горизонтальным, после чего он начнет удаляться от поверхности. Для наблюдателя такое поведение лучей будет неотличимо от обычного отражения от воображаемой водной поверхности.

► **Полное внутреннее отражение.** Пусть $n = n_2/n_1 > 1$. Тогда $\sin \alpha_2 = (\sin \alpha_1)/n$ изменяется в пределах от 0 (при $\alpha_1 = 0$ — нормальное падение луча) до $1/n$ (при $\alpha_1 = 90^\circ$ — скользящий луч). Рассмотрим теперь лучи, падающие на границу раздела из среды 2 (рис. 88). Если $0 \leq \sin \alpha_2 \leq 1/n$ (луч А), то ему соответствует какой-то преломленный луч в среде 1 (и слабый отраженный луч в среде 2); при $\sin \alpha_2 = 1/n$ преломленный луч выходит под максимально возможным углом 90° ($\sin \alpha_1 = n \sin \alpha_2 = 1$). Если же $\sin \alpha_2 > 1/n$ (луч В), то преломленный луч отсутствует: происходит *полное отражение* луча от границы раздела. Итак, полное отражение

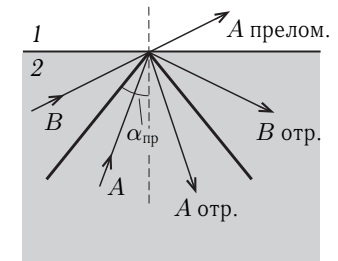


Рис. 88

происходит при падении луча из оптически более плотной среды под углом, большим *предельного угла* полного отражения ($\alpha > \alpha_{\text{пр}}$), определяемого условием:

$$\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{1}{n}$$

($n = n_2/n_1 > 1$ — относительный показатель преломления).

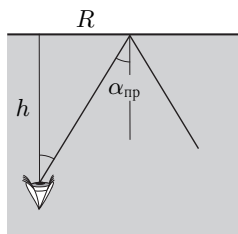


Рис. 89

Пример 6. В поле зрения водолаза, который с глубины h рассматривает плоскую поверхность воды, будет светлый круг радиусом $R = h \operatorname{tg} \alpha_{\text{пр}}$ и зеркальная поверхность вне этого круга, в которой он будет видеть отраженными удаленные участки дна (рис. 89). Светлый круг возникает потому, что световые лучи, падающие из воздуха на точку поверхности воды под всевозможными углами, в воде распространяются внутри конуса с углом полураствора $\alpha_{\text{пр}}$. Изображение близких участков дна, отраженных внутренней частью круга, будет для водолаза сильно ослабленным, так как большая часть световой энергии выйдет наружу (угол падения меньше $\alpha_{\text{пр}}$). Кроме того, это слабое отражение будет теряться на фоне светового потока, идущего к водолазу снаружи. Наоборот, удаленные участки дна, отраженные поверхностью вне круга, будут видны водолазу отчетливо, как в зеркале, так как при отражении выполняется условие полного внутреннего отражения (угол падения больше $\alpha_{\text{пр}}$).

Явление полного внутреннего отражения является физической основой использования *световодов* — тонких трубок из гибкого прозрачного материала с малым поглощением. Световой луч, вошедший в один из концов такой трубки, следует всем ее плавным изгибам и достигает без потерь другого конца, испытывая по пути многократные полные отражения от боковых стенок.

► **Призмы.** Явление полного отражения объясняет использование прямоугольной *призмы* для поворота лучей на 90° (рис. 90 а), на 180° (рис. 90 б) и для изменения порядка лучей (рис. 90 в). Для стекла $n = 1,5$, и предельный угол полного отражения меньше 45° .

Если лучи света не испытывают полного отражения на внутренней поверхности призмы (рис. 90 г), то они отклоняются на угол θ в направлении от вершины; угол θ зависит от показателя преломления n (чем больше n , тем больше θ). Для тонких призм с малым углом γ при вершине выполняется соотношение

(получите его сами)

$$\theta = (n - 1)\gamma \quad (8)$$

(только для лучей с малыми углами падения).

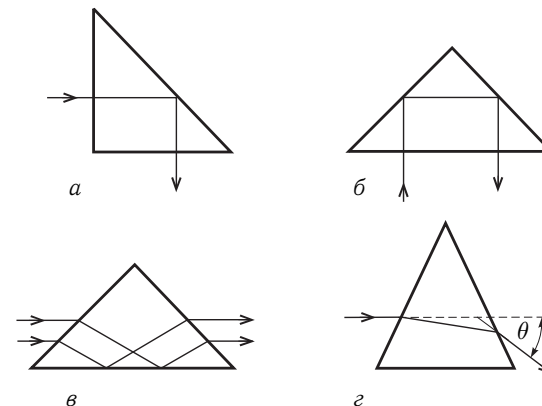


Рис. 90

► **Линзы.** Линзой называют прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Мы будем рассматривать только *тонкие линзы*, толщина и поперечные размеры которых малы по сравнению с радиусами кривизны поверхностей. Прямую AA_1 , проведенную через центры сферических поверхностей, называют *главной оптической осью линзы* (рис. 91); пересечение этой оси с тонкой линзой рассматривают как одну точку и называют *оптическим центром линзы*. Любая прямая, проведенная через оптический центр под углом к главной оси, называется *побочной оптической осью*.

Возле оптического центра поверхности линзы параллельны друг другу, и любой луч, проходя через это место линзы (т. е. распространяясь вдоль любой оптической оси), не испытывает отклонения. Луч же, прошедший через любое другое место линзы, изменяет свое направление.

Главное свойство линзы — то, что она создает изображение источников света *параксиальными лучами*. Более точно — лучи точечного источника, падающие на линзу под малыми углами, после преломления собираются в одну точку. (Как мы видели в примере 4, изображение параксиальными лучами формируется каждой из сферических поверхностей линзы.) Изображение создается любой частью линзы.

► **Фокусы. Фокусные расстояния. Оптическая сила.** Рассмотрим пучок лучей, падающих на линзу параллельно главной оптической оси. Если оптический центр находится в самом толстом месте линзы (рис. 91 а), то лучи отклоняются в сторону главной оси и собираются в точку на этой оси.

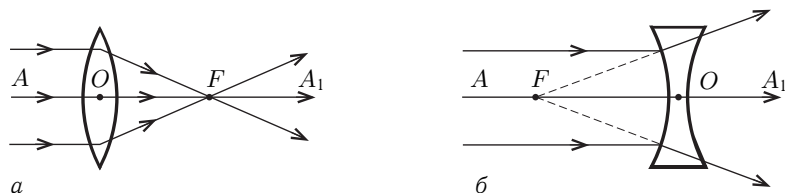


Рис. 91

Такую линзу называют *собирающей*, а точку пересечения F называют *главным задним фокусом линзы* (луч, исходящий из этого фокуса, после преломления распространяется *назад* параллельно главной оси). Если же оптический центр находится, наоборот, в самом тонком месте линзы (рис. 91 б), то преломленные лучи расходятся от главной оптической оси. Такую линзу называют *рассеивающей*, а точку пересечения преломленных лучей, точнее, их продолжений назад, за линзу, также называют *главным задним фокусом* (мнимый фокус). Другой (передний) главный фокус расположен по другую сторону от линзы на таком же расстоянии от нее (если среда с двух сторон от линзы одна и та же). Расстояние от линзы до фокуса называют *фокусным расстоянием* и обозначают буквой F . Величину, обратную фокусному расстоянию, называют *оптической силой линзы*: $D = 1/F$. Если F выразить в метрах, то D окажется выраженной в *диоптриях* (дптр). Для собирающей линзы D и F положительны, для рассеивающей — отрицательны.

Фокусное расстояние и оптическая сила зависят от радиусов кривизны линзы и от показателя преломления вещества линзы (по отношению к окружающей среде):

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (9)$$

Радиусы считаются положительными для выпуклых поверхностей и отрицательными для вогнутых.

Рассмотрим, к примеру, двояковыпуклую линзу. Для луча, падающего на линзу параллельно главной оптической оси на расстоянии h от нее, угол между поверхностями линзы равен $\gamma = (h/R_1 + h/R_2)$ ($\gamma_1 = h/R_1$ — угол между сферической поверхностью и плоскостью, перпендикулярной к оси, см. рис. 92). По формуле (8) этот луч отклонится линзой на угол $\theta = (n - 1)\gamma$. Учитывая, что этот угол связан с фокусным расстоянием соотношением $\theta = h/F$, получаем формулу (9).

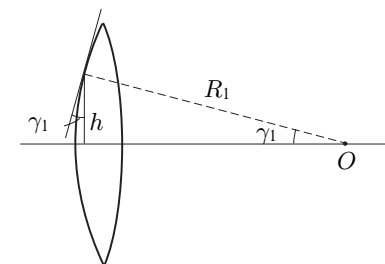


Рис. 92

Замечание. Если показатель преломления окружающей среды не равен единице, то n в формуле (9) имеет смысл относительного показателя преломления линзы и среды. Если $n < 1$, то знак F меняется. Например, двояковыпуклая воздушная (или водяная) линза в стекле будет рассеивающей.

Пучок параллельных лучей, падающих под малым углом к главной оптической оси, собирается после преломления в точке C_1 , находящейся в *фокальной плоскости линзы*, т. е. в плоскости, проведенной через главный фокус (для собирающей линзы — рис. 93 а, для рассеивающей — рис. 93 б) перпендикулярно к главной оси. Найти эту точку можно, выбрав из пучка луч CO , проходящий без преломления через оптический центр линзы, и построив его пересечение с фокальной плоскостью.

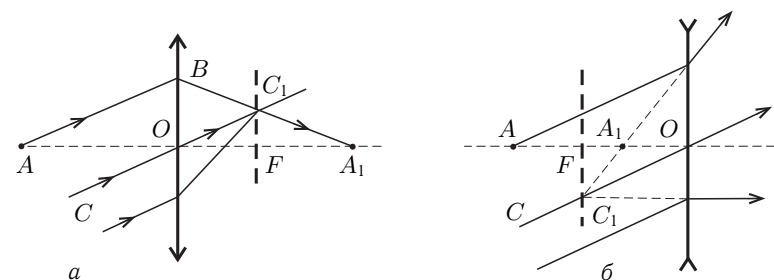


Рис. 93

► **Построение изображений.** Чтобы *построить изображение точки*, лежащей в стороне от оптической оси, можно использовать любые два из трех опорных лучей (рис. 94), ход которых после преломления известен: а) луч, проходящий через оптический центр линзы, б) луч, падающий

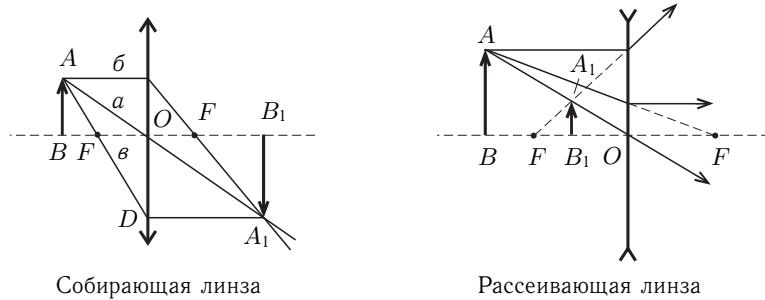


Рис. 94

параллельно главной оси, в) луч, проходящий через фокус линзы, который пойдет после преломления параллельно главной оси (это следует из обратимости лучей).

Чтобы построить изображение точки A , лежащей на главной оси, выбирают произвольный луч AB и рассматривают его совместно с дополнительным лучом CO , проведенным параллельно лучу AB через оптический центр линзы (см. рис. 93). После преломления эти лучи пересекаются в точке C_1 , лежащей в фокальной плоскости, что позволяет получить изображение A_1 точки A .

► **Формула линзы.** Для аналитических расчетов используют *формулу линзы*, связывающую между собой расстояние от источника до линзы d и расстояние от изображения до линзы f :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \quad (10)$$

Как уже отмечалось, величина F выбирается положительной в случае собирающей линзы (действительный фокус) и отрицательной в случае рассеивающей линзы (мнимый фокус). Аналогично, $f > 0$ в случае *действительного изображения* и $f < 0$ в случае *мнимого изображения*. Величина d тоже может быть отрицательной, что соответствует «мнимому источнику», т.е. падению на линзу сходящегося пучка лучей, пересекающихся за линзой.

Формулу линзы можно получить из подобия треугольников на рис. 90. Рассмотрим, к примеру, собирающую линзу. Из условия подобия треугольников ABO и A_1B_1O и треугольников ABF и DOF получим соотношение

$$\frac{d}{f} = \frac{d - F}{F},$$

откуда следует формула (10). Однако лучше применить формулы (6), (7) последовательно для каждой из двух преломляющих поверхностей линзы, что дает

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (11)$$

Таким способом мы не только выведем формулу (10), но и получим формулу (9) для фокусного расстояния линзы.

Замечание. Эта формула может быть также получена из формулы (8) для угла отклонения лучей тонкой призмой. Попробуйте сделать это сами, опираясь на пояснения к формуле (9).

Пример 7. Формула Ньютона. Если обозначить $a = d - F$ расстояние от предмета до переднего (для собирающей линзы левого) фокуса линзы и $b = f - F$ — расстояние от изображения до заднего фокуса, то после подстановки $d = a + F$ и $f = b + F$ в формулу линзы (10) получим соотношение

$$ab = F^2,$$

которое первым обнаружил Ньютон. Эта формула может быть легко получена из подобия треугольников на рис. 90 (и a/F , и F/b равны d/f).

► **Увеличение линзы.** Увеличением линзы Γ (прописная греческая «гамма») называют отношение линейных размеров изображения l' к линейным размерам предмета l . Из подобия треугольников ABO и A_1B_1O (см. рис. 90) следует, что для поперечных размеров увеличение дается выражением

$$\Gamma = \frac{l'}{l} = \frac{|A_1B_1|}{|AB|} = \left| \frac{f}{d} \right|. \quad (12)$$

Из формулы линзы (10) с учетом (12) следует, что в случае действительного предмета ($d > 0$) возможны следующие случаи.

С л у ч а й 1. Рассеивающая линза всегда дает мнимое и уменьшенное ($\Gamma < 1$) изображение предмета (очки для близорукых).

С л у ч а й 2. Собирающая линза формирует мнимое изображение предмета в том случае, если $d < F$; однако в отличие от рассеивающей линзы, изображение получается увеличенным ($\Gamma > 1$). Этот случай реализуется при использовании *лупы*.

С л у ч а й 3. Если предмет расположен за фокусом ($d > F$), то изображение получается действительным; если $d < 2F$, то изображение на экране получается увеличенным (*проекторный*

аппарат); в случае $d > 2F$ формируется уменьшенное изображение предмета (*фотоаппарат*).

Пример 8. Продольное увеличение. Формула (12) применима только для отношения *поперечных* размеров. Увеличение размеров отрезка, расположенного параллельно оптической оси или под углом к ней, нужно в каждом конкретном случае вычислять заново. Рассмотрим, например, отрезок, лежащий на главной оптической оси собирающей линзы за ее фокусом. Если расстояния от концов отрезка до линзы равны d_1 и d_2 ($d_1 > d_2$), то увеличение линзы в этом случае (продольное увеличение) равно:

$$\Gamma_{\text{пр}} = \frac{f_2 - f_1}{d_1 - d_2}.$$

Из формулы линзы (10) и формулы поперечного увеличения (12) выразим d и f через F и Γ :

$$d = F \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \right), \quad f = F(1 + \Gamma).$$

Получаем

$$f_2 - f_1 = F(\Gamma_2 - \Gamma_1), \quad d_1 - d_2 = F \left(\frac{1}{\Gamma_1} - \frac{1}{\Gamma_2} \right),$$

откуда

$$\Gamma_{\text{пр}} = \Gamma_1 \Gamma_2,$$

т.е. продольное увеличение отрезка на главной оптической оси выражается через поперечные увеличения, соответствующие его концам.

► **Глаз как оптическая система. Очки.** Падающий свет проходит через *зрачок*, выполняющий роль диафрагмы (диаметр зрачка рефлекторно меняется в зависимости от интенсивности светового потока), преломляется в *хрусталике*, имеющем форму двояковыпуклой линзы, и попадает на *сетчатку* — светочувствительную поверхность задней стенки глаза, связанную нервными волокнами с мозгом. Расстояние между хрусталиком и сетчаткой фиксировано и составляет в среднем 15 мм. Глазные мышцы меняют кривизну поверхностей хрусталика так, чтобы изображение рассматриваемого предмета попадало точно на сетчатку. Способность глаза менять фокусное расстояние хрусталика называется *аккомодацией*.

Нормальный глаз в расслабленном состоянии (в отсутствие мышечного усилия аккомодации) формирует на сетчатке четкое изображение бесконечно удаленных предметов. При рассмотрении приближенных предметов мышечное усилие уменьшает фокусное расстояние хрусталика. Наименьшее расстояние,

на которое способен аккомодироваться глаз при максимальном усилии (*ближний предел аккомодации* d_{min}) составляет примерно 20 см (с возрастом это расстояние меняется). *Расстояние наилучшего зрения*, на которое глаз способен настроиться на длительный срок без чрезмерного утомления, составляет примерно $d_0 = 25$ см.

У *близорукого глаза* фокусное расстояние хрусталика в расслабленном состоянии меньше, чем расстояние до сетчатки. В этом состоянии получается четкое изображение предметов, расположенных на расстоянии *дальнего предела аккомодации* d_{max} , — на более удаленные предметы глаз аккомодироваться не может. Близорукую человеку прописывают очки для дали с рассеивающими линзами, дающими мнимое изображение бесконечно удаленных предметов на расстоянии дальнего предела аккомодации (т.е. с $F = -d_{\text{max}}$).

У *дальнозоркого глаза* фокусное расстояние хрусталика в расслабленном состоянии больше, чем расстояние до сетчатки. Такой глаз может аккомодироваться на удаленные предметы, но вынужден при этом прилагать мышечное усилие. Для снятия этого усилия дальнозоркому человеку рекомендуют использовать очки для дали с собирающими линзами.

Кроме того, обычно при близорукости уменьшаются, а при дальнозоркости возрастают ближний предел аккомодации и расстояние наилучшего зрения. Очки для близи (очки для чтения) подбирают так, чтобы они давали мнимое изображение предмета (текста), удаленного от глаза на $d_0 = 25$ см, на расстоянии наилучшего зрения данного глаза. Как и очки для дали, очки для чтения должны иметь рассеивающие линзы при близорукости и собирающие линзы при дальнозоркости.

Пример 9. У близорукого человека расстояние наилучшего зрения $d_{01} = 16$ см, а дальний предел аккомодации составляет $d_{\text{max}1} = 80$ см. Ему надо прописать для дали очки с рассеивающими линзами с $F = -0,8$ м (оптическая сила $D = -1,25$ дптр), а для чтения очки с $D = (1/d_0) - (1/d_{01}) = -2,25$ дптр. (Впрочем, очки для чтения такому человеку не обязательны — он может располагать текст на расстоянии d_0 и без очков, не напрягая сильно глаза.) Теперь рассмотрим пример дальнозоркого человека. Если расстояние наилучшего зрения для его глаз составляет $d_{02} = 40$ см, то для чтения ему понадобятся очки с $D_2 = (1/d_0) - (1/d_{02}) = 1,5$ дптр.

Отметим также, что вследствие конечного (хотя и малого) размера нервных окончаний сетчатки («колбочек» и «палочек»)

глаз не различает точки, видимые под углом, меньшим $1'$. При плохом освещении этот угол возрастает до 1° .

► **Оптические приборы, вооружающие глаз.** Оптические приборы для визуальных наблюдений можно разделить на две группы: а) предназначенные для рассматривания очень мелких предметов (лупа, микроскоп) и б) предназначенные для рассматривания удаленных предметов (зрительные трубы, бинокли, телескопы). Любые приборы увеличивают размеры изображения предмета на сетчатке во столько раз, во сколько увеличивается *угол зрения*:

$$\gamma = \frac{\varphi'}{\varphi}$$

(*угловое увеличение прибора*), где φ' — угол, под которым видно изображение при рассматривании через инструмент, $\varphi = l/d_0$ — угол, под которым ведется рассматривание предмета размером l невооруженным глазом с расстояния наилучшего зрения.

Лупа. В качестве лупы используется собирающая линза с фокусным расстоянием от 10 до 100 мм. Лупа помещается перед глазом, а рассматриваемый предмет — между линзой и фокусом вблизи фокуса. Линза формирует мнимое прямое увеличенное изображение предмета. Чтобы получить изображение на бесконечности (рассматривание без усилия аккомодации), предмет помещают в фокусе, в этом случае $\varphi' = l/F$ (l — размер предмета), и угловое увеличение равно $\gamma_1 = d_0/F$. Чтобы лучше рассмотреть предмет, его помещают на расстоянии $d = Fd_0/(F + d_0) < F$, при этом мнимое изображение формируется на расстоянии наилучшего зрения ($f = d_0$). В этом случае $\varphi' = l/d$, и увеличение $\gamma_2 = d_0/d = 1 + (d_0/F)$ оказывается немного больше. Например, для лупы с фокусным расстоянием $F = 5$ см наименьшее увеличение равно $\gamma_1 = 5$, а наибольшее — $\gamma_2 = 6$.

Микроскоп. Микроскоп предназначен для рассматривания очень мелких предметов. Схематически он состоит из двух собирающих линз (или двух групп линз): *объектива*, обращенного к предмету, и *окуляра*, обращенного к глазу. Объектив, фокусное расстояние которого F_1 гораздо меньше длины L тубуса микроскопа (расстояния между объективом и окуляром), формирует действительное сильно увеличенное изображение предмета в фокальной плоскости окуляра: $f_1 = L - F_2$ (рис. 95). Для этого предмет располагают на расстоянии $d_1 = f_1 F_1 / (f_1 - F_1)$ от объектива ($d_1 > F_1$, $d_1 \approx F_1$).

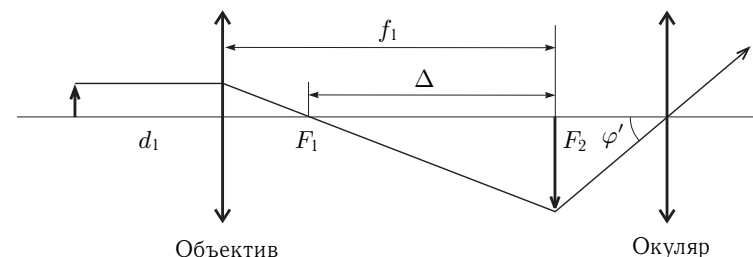


Рис. 95

Расстояние $\Delta = f_1 - F_1 = L - F_1 - F_2$ равно расстоянию между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра. Увеличение объектива равно $\Gamma_1 = f_1/d_1 = \Delta/F_1$. Окуляр работает как лупа, с помощью которой рассматривают действительное изображение, созданное объективом (глаз при этом аккомодирован на бесконечность). Угловое увеличение окуляра равно $\gamma_2 = d_0/F_2$. Общее угловое увеличение всего микроскопа равно $\gamma = \Gamma_1 \cdot \gamma_2 = \Delta d_0 / F_1 F_2$. Например, для микроскопа с $F_1 = 2$ мм, $F_2 = 2,5$ см, $L = 15,7$ см ($\Delta = 13$ см) угловое увеличение равно $\gamma = 65 \cdot 10 = 650$.

Наличие промежуточного действительного изображения внутри тубуса позволяет поместить в передней фокальной плоскости окуляра прозрачную шкалу и производить различные измерения. Отметим также, что недостатки зрения легко компенсировать с помощью окуляра, так что работать с микроскопом можно без очков.

Зрительная труба (телескоп). Зрительные трубы (телескопы) также состоят из объектива и окуляра, которые мы для простоты будем считать тонкими линзами. Объектив представляет собой собирающую линзу, фокусное расстояние которой гораздо больше фокусного расстояния окуляра ($F_1 \gg |F_2|$). Задний фокус объектива совпадает с передним фокусом окуляра. В результате параллельные лучи от удаленного объекта, падающие на объектив под углом $\varphi = l/F_1$ (l — размер изображения, сформированного объективом), выходят из окуляра также параллельно, под углом $\varphi' = l/|F_2|$ (глаз аккомодирован на бесконечность). Угловое увеличение телескопа равно $\gamma = |F_2|/F_1$. Возможны два варианта.

1. В зрительной трубе Галилея в качестве окуляра используется рассеивающая линза. Труба формирует прямое изображение и поэтому удобна для земных наблюдений. Используется в зрительных трубах и биноклях, в том числе театральных.

2. Для астрономических наблюдений используется зрительная труба Кеплера, у которой окуляр представляет собой собирающую линзу. Хотя изображение в трубе Кеплера перевернутое, большим преимуществом является то, что общая фокальная плоскость (в которой объектив формирует действительное изображение) располагается внутри тубуса между объективом и окуляром. Поместив в этой плоскости прозрачную шкалу, можно производить необходимые астрономические наблюдения.

Наблюдение в телескоп не очень удаленных объектов (в пределах Солнечной системы) позволяет, за счет повышения разрешающей способности, наблюдать детали, недоступные невооруженному глазу. При наблюдении за удаленными звездами и галактиками необходимо увеличивать мощность светового потока, идущего от звезды. Поэтому диаметры объективов надо делать по возможности большими. Чем больше диаметр телескопа, тем более далекие звездные объекты позволяет он увидеть.

Принципиальные ограничения линз и оптических приборов.

Выделяют три основные причины, по которым оптические приборы не могут сформировать идеально точечное изображение точечного источника: сферическая аберрация, хроматическая аберрация и волновая природа света.

1. *Сферическая аберрация.* Любые приборы, использующие сферические преломляющие или отражающие поверхности, формируют точечное изображение только параксиальными (т.е. с малыми углами падения) лучами. При увеличении диаметра прибора это условие нарушается, и изображение расплывается. Для уменьшения сферической аберрации надо либо уменьшать диаметр прибора (но это уменьшает световой поток), либо использовать систему сферических поверхностей с отклонениями разных знаков, компенсирующими друг друга, либо, наконец, использовать поверхности более сложной формы. Например, в космических телескопах больших диаметров используют параболические зеркала (избегая заодно хроматической аберрации).

2. *Хроматическая аберрация.* Фокусное расстояние линзы зависит от показателя преломления, поэтому изображение монохроматического источника расплывается. Уменьшить хроматическую аберрацию можно либо использованием фильтров, либо заменой линз сферическими зеркалами (более сложными в изготовлении).

3. *Волновая природа света.* С точки зрения волновой оптики действительное изображение точечного источника в линзе находится в точке, до которой множество (параксиальных) лучей проходит за одинаковое время (т.е. имеют одинаковые оптические длины пути). Тогда по принципу Гюйгенса — Френеля все колебания складываются в фазе и дают максимальную интенсивность. Однако в соседних точках

рассогласование фаз еще мало, и поэтому интенсивность существенно уменьшается только на некотором расстоянии (дифракционный размер изображения). Вместо точки наблюдается маленькое пятно, окруженное системой концентрических колец. Характерный угловой размер дифракционного пятна равен $\varphi \sim \lambda/D$, где D — диаметр линзы. Значит, радиус пятна равен $r = f\varphi \sim f\lambda/D$, где f — расстояние от линзы до изображения (он уменьшается с увеличением диаметра линзы). В отличие от сферической и хроматической аберраций, ограничения на разрешающую способность приборов, налагаемые волновой природой света, принципиально не преодолимы.

§ 3. Теория относительности

► **Постулаты СТО.** *Специальная теория относительности Эйнштейна* (СТО) опирается на два постулата:

Первый постулат (принцип относительности Эйнштейна): все физические законы — как механические, так и электромагнитные — имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета (ИСО). Иными словами, никакими опытами нельзя выделить какую-то одну систему отсчета и назвать именно ее покоящейся. Этот постулат является расширением принципа относительности Галилея на электромагнитные процессы.

Второй постулат Эйнштейна: скорость света в вакууме одинакова для всех ИСО и равна $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с. Этот постулат содержит два утверждения: а) скорость света не зависит от скорости источника и б) скорость света не зависит от того, в какой ИСО находится наблюдатель с приборами, т.е. не зависит от скорости приемника.

Постоянство скорости света и независимость ее от движения источника следуют из уравнений электромагнитного поля Максвелла. Казалось очевидным, что такое утверждение может быть верным только в одной системе отсчета. С точки зрения классических представлений о пространстве–времени, любой другой наблюдатель, двигаясь со скоростью v , должен для встречного луча получить скорость $c + v$, а для испущенного вперед луча — скорость $c - v$. Такой результат означал бы, что уравнения Максвелла выполняются только в одной ИСО, заполненной неподвижным «эфиром», относительно которого и распространяются световые волны. Однако попытка обнаружить изменение скорости света, связанное с движением Земли относительно эфира, дала отрицательный результат (опыт Майкельсона–Морли). Эйнштейн предположил, что уравнения Максвелла, как и все законы физики, имеют один и тот же вид во всех ИСО, т.е.

что скорость света в любой ИСО равна c (второй постулат). Это предположение привело к пересмотру основных представлений о пространстве–времени.

► **Следствия постулатов СТО.** Следствия постулатов СТО оказываются существенными в тех случаях, когда скорости тел сравнимы со скоростью света. Такие объекты и их свойства называют *релятивистскими*. Для *нерелятивистских* объектов ($v \ll c$) релятивистские эффекты несущественны, и формулы СТО должны переходить в формулы ньютоновской механики. Это утверждение называют *принципом соответствия для СТО*.

1. Относительность одновременности. Два события, происходящие в одной ИСО одновременно, но в разных точках пространства, могут быть не одновременными в другой ИСО.

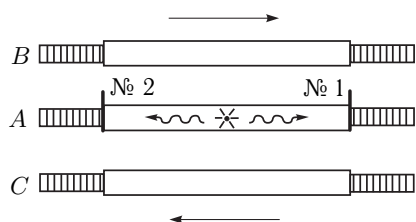


Рис. 96

Продemonстрируем, как постулаты СТО приводят к нарушению абсолютного характера понятия одновременности.

Предположим, что наблюдатель A находится на длинной неподвижной платформе, наблюдатель B находится в длинном экспрессе, который движется по соседнему пути вправо (см. рис. 96), а наблюдатель C —

в другом экспрессе, который движется влево. Каждый наблюдатель имеет множество помощников, которые могут производить измерения с помощью синхронизированных между собой часов. Точно в середине неподвижной платформы производится вспышка света, и все наблюдатели засекают время двух событий: прихода луча света на детектор № 1, расположенный на правом конце платформы, и прихода луча света на детектор № 2, расположенный на ее левом конце. Для наблюдателя A детекторы неподвижны, и события № 1 и № 2 происходят одновременно. С точки зрения наблюдателя B свет распространяется вправо и влево с одинаковой скоростью c (второй постулат СТО), но правый детектор движется в сторону источника (навстречу лучу), а левый — удаляется от источника. Поэтому для наблюдателя B событие № 1 происходит раньше, чем событие № 2. Рассуждая аналогично, можно убедиться, что с точки зрения наблюдателя C раньше происходит событие № 2.

2. Относительность хода времени. Рассмотрим релятивистскую частицу, равномерно движущуюся относительно некоторой системы отсчета. Интервал времени Δt_0 , измеренный часами, которые движутся вместе с частицей, называется *собствен-*

ным временем частицы (или собственным временем связанной с ней ИСО). Интервал времени Δt между теми же моментами, измеренный в системе отсчета, относительно которой частица движется, оказывается больше Δt_0 :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где v — скорость частицы.

Пример 10. Элементарная частица мюон, являясь нестабильной, живет от рождения до распада в среднем $\Delta t_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Максимальное расстояние, которое можно пролететь за это время, составляет $l = c\Delta t_0 \sim 660$ м. Хотя мюоны рождаются в верхних слоях атмосферы, т.е. на расстояниях в несколько десятков километров от поверхности Земли, их удается зарегистрировать в земных лабораториях. Дело в том, что мюоны, рожденные в космических лучах, движутся со скоростью, близкой к скорости света, и время их жизни Δt в системе отсчета, связанной с Землей, может быть во много раз больше Δt_0 .

3. Относительность расстояний (сокращение длины). Длина стежня l_0 , измеренная в ИСО, относительно которой он покоится, больше его длины l , измеренной в ИСО, относительно которой он движется в продольном направлении со скоростью v :

$$l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

Отметим, что для измерения длины движущегося стержня надо произвести одновременное измерение координат его концов.

Пример 11. Рассмотрим мюон из предыдущего примера в его собственной системе отсчета, где он живет время Δt_0 . Все это время он стоит на месте, а земная лаборатория приближается к нему со скоростью, близкой к скорости света. Возникает вопрос: как же она успевает пролететь несколько десятков километров? Объяснение кроется в эффекте сокращения длины. Расстояние до Земли измерялось воображаемым измерительным «стержнем», неподвижным относительно Земли. В системе отсчета, связанной с частицей, этот стержень движется, и его длина оказывается во много раз меньше.

4. Релятивистский закон сложения скоростей. Пусть система отсчета K_2 движется относительно системы отсчета K_1 со скоростью v_x так, что оси X этих систем все время совпадают, а оси Y и Z остаются соответственно параллельными. Рассмотрим частицу, скорость которой параллельна оси X . Если скорость

частицы относительно K_2 равна v_{2x} , то ее скорость относительно K_1 равна

$$v_{1x} = \frac{v + v_{2x}}{1 + \frac{v v_{2x}}{c^2}}.$$

Важное свойство этой формулы состоит в том, что если v и v_2 меньше c , то и v_1 будет меньше c . Например, если мы разгоним частицу до $v = 0,9c$, а затем, перейдя в ее систему отсчета, снова разгоним ее до $v_2 = 0,9c$, то результирующая скорость окажется не $1,8c$, а $(1,8c)/1,81 < c$. Видно, что превзойти скорость света не удастся. Скорость света является максимально возможной скоростью движения материи.

Остальные результаты относятся не к кинематике, а к *динамике СТО*.

5. Второй закон Ньютона и импульс в СТО. Второй закон Ньютона следует записывать в виде

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}, \quad (13)$$

но *импульс* частицы имеет более сложную зависимость от скорости:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}. \quad (14)$$

(Величину $m_p = m/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ иногда называют релятивистской массой, зависящей от скорости, а m — массой покоя.) Из этих уравнений следует уже известное нам свойство: невозможность достичь скорости света. Действительно, при изменении v от нуля до c импульс меняется от нуля до бесконечности. Значит, какой бы величины не достиг импульс $\vec{p}$ под действием силы $\vec{F}$, соответствующая скорость v будет меньше c .

6. Энергия релятивистской частицы. Энергия покоя. Энергия релятивистской частицы имеет вид

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}. \quad (15)$$

В СТО остается верным основное соотношение между работой и энергией: работа силы (13) равна изменению энергии (15). Видно, что для достижения скорости света надо совершить бесконечную работу.

Пример 12. Вычислим работу, которую надо совершить, чтобы разогнать частицу массой m до скорости $v = 0,9c$. По формулам релятивистской механики эта работа равна $A_1 = mv^2/2 - 0 \approx 0,4mc^2$. На самом деле эта работа равна

$$A_2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - mc^2 \approx 1,3mc^2.$$

Энергия и импульс любой частицы связаны простым соотношением $\vec{p} = E\vec{v}/c^2$, в которое не входит в явном виде масса частицы, и его можно применять к частицам нулевой массы — фотонам. Так как скорость фотона равна c , то связь между E и p имеет вид:

$$E = pc. \quad (16)$$

Для частицы массой m связь между релятивистской энергией (15) и релятивистским импульсом (14) имеет вид

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4.$$

При $m = 0$ эта формула переходит в формулу (16).

При $v = 0$ энергия частицы (15) равна *энергии покоя* $E_0 = mc^2$. Если $v \neq 0$, то к E_0 добавляется кинетическая энергия. При $v \ll c$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = mc^2 + \frac{mv^2}{2} + \dots,$$

т. е. при малых скоростях кинетическая энергия имеет такой же вид, как и в ньютоновской механике.

7. Взаимосвязь массы и энергии. Во взаимодействиях элементарных частиц энергия покоя, которая содержится в любой частице конечной массы, может переходить в другие виды энергии. Например, при аннигиляции электрона и позитрона их энергия покоя переходит в энергию световых квантов. Если кинетическая энергия частиц была мала, то полная энергия фотонов равна $2mc^2$, где m — масса электрона.

При изменении энергии любой покоящейся системы на ΔE_0 ее масса изменится на $\Delta m = \Delta E_0/c^2$. Новая инертная масса будет определять все динамические свойства системы, в том числе при малых скоростях, так как именно она входит в уравнение движения — второй закон Ньютона. Примеры: а) при нагревании тела его масса возрастает; б) масса ядра меньше суммы масс образующих его нуклонов, так как при разделении ядра

на нуклоны надо совершить большую положительную работу против ядерных сил (дефект массы).

Связь между энергией покоя E_0 и массой,

$$E_0 = mc^2, \quad (17)$$

называют *формулой Эйнштейна*.

Глава 6

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

§ 1. Световые кванты. Корпускулярно-волновой дуализм

► **Фотоэффект.** Вырывание электронов из вещества под действием света называют *фотоэффектом*. Для изучения фотоэффекта используют вакуумную лампу с холодным катодом (в этом случае термоэлектронную эмиссию можно не учитывать). Облучая катод светом фиксированной частоты и интенсивности (рис. 97), снимают вольт-амперную характеристику лампы (зависимость тока от напряжения на лампе, т.е. разности потенциалов между анодом и катодом). По вольтамперной характеристике (рис. 98) узнают а) число электронов, вырывааемых из катода в единицу времени (оно выражается через ток насыщения: $N = I_{\text{нас}}/e$) и б) максимальную кинетическую энергию вырываемых электронов; она выражается

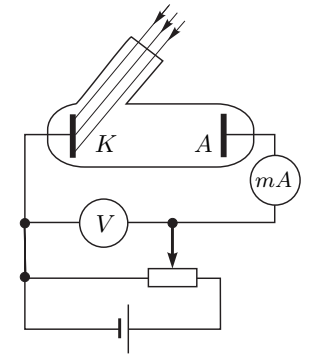


Рис. 97

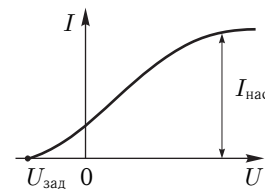


Рис. 98

через *задерживающее напряжение*, т.е. напряжение, при котором ток обращается в нуль:

$$\frac{mv^2}{2} = e|U_{\text{зад}}|.$$

При этом напряжении даже самые быстрые электроны не могут долететь до анода.

► **Законы фотоэффекта.** Законы фотоэффекта были открыты Столетовым в 1889 г.

Первый закон: количество электронов, вырывааемых светом из металла в единицу времени, прямо пропорционально интенсивности световой волны.

Второй закон: максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от интенсивности света.

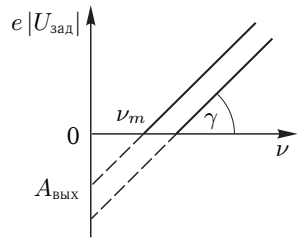


Рис. 99

Третий закон: если частота света меньше определенной для данного вещества минимальной частоты ν_m , то фотоэффект не наблюдается (*красная граница фотоэффекта*). Экспериментально было обнаружено, что зависимость $e|U_{\text{зад}}|$ от ν для данного металла имеет вид наклонной прямой, причем наклон прямых, построенных для разных металлов, оказался одинаковым (рис. 99).

► **Кванты света.** Объяснение законов фотоэффекта было дано Эйнштейном в 1905 г. Он исходил из гипотезы квантов света, выдвинутой в 1900 г. Планком для объяснения законов теплового излучения: испускание или поглощение света данной частоты происходит порциями — *квантами*. Энергия квантов частотой ν равна

$$\Delta E = h\nu,$$

где $h \approx 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — новая константа, названная *постоянной Планка*. При объяснении фотоэффекта Эйнштейн усилил эту гипотезу, предположив, что кванты света поглощаются целиком отдельными электронами. Это означает, что в процессе поглощения свет ведет себя как поток локализованных частиц (их называли *фотонами*) с энергией

$$E_\nu = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}, \quad (1)$$

где $\hbar = h/2\pi$ (аш с чертой). Как любая частица, *квант света* — *фотон* — обладает импульсом (см. формулу (16) гл. 5):

$$p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (2)$$

Пример 1. Энергию фотонов принято выражать в электронвольтах (1 эВ = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж). Кванты света видимого диапазона обладают энергией от 1,6 эВ ($\lambda = 780$ нм — красный цвет) до 3,1 эВ ($\lambda = 400$ нм — фиолетовый цвет). Энергия квантов ультрафиолетового

излучения измеряется десятками электронвольт. Энергия рентгеновских квантов составляет сотни, тысячи и десятки тысяч электронвольт (10^{-1} — 10^2 кэВ). Гамма-кванты имеют энергию большую 0,1 МэВ.

Квантовые свойства света проявляются при испускании, поглощении и рассеянии света. В явлениях, связанных с распространением света, проявляются его волновые свойства. Свет обладает двойственной природой (корпускулярно-волновой дуализм). Такие же свойства проявляют все элементарные частицы.

► **Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.** Поглощая квант света, электрон приобретает энергию $h\nu$. При вылете из металла энергия каждого электрона уменьшается на определенную величину, которую называют *работой выхода*. ($A_{\text{вых}}$ — работа, которую необходимо затратить, чтобы удалить электрон из металла. Работа выхода зависит от рода вещества.) Максимальная энергия электронов после вылета (если нет других потерь) имеет вид

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A_{\text{вых}} \quad (3)$$

(уравнение Эйнштейна). Если $h\nu < A_{\text{вых}}$, то фотоэффекта не происходит. Значит, *красная граница фотоэффекта* равна

$$\nu_m = \frac{A_{\text{вых}}}{h}.$$

Из (4) видно, что наклон прямых на графике $e|U_{\text{зад}}|$ от ν (рис. 99) равен h , а отрезок, отсекаемый прямой от оси ординат, равен работе выхода.

Фотоэффект используется при создании фотоэлементов, фотореле и т. д.

Пример 2. Работа выхода составляет для чистых металлов от 1,89 эВ для цезия до 4,84 эВ для никеля и 5,29 эВ для платины. Красная граница фотоэффекта лежит в видимом диапазоне (1,6—3,1 эВ) для цезия, бария и сурьмы, для большинства металлов она лежит в ультрафиолетовом диапазоне. При нанесении на поверхность металла тонкой пленки окиси бария или другого металла (окисные катоды) работа выхода может уменьшаться до 1 эВ. Значение работы выхода определяет свойства не только фотоэффекта, но и термоэлектронной эмиссии с поверхности металла.

Вопрос. Существование работы выхода означает, что на границе металла возникают силы, удерживающие электрон внутри металла. Как объяснить притяжение электрона к электронейтральному металлу?

Ответ. Заряженная частица притягивается наведенными на поверхности проводника зарядами противоположного знака. Сила притяжения

вычисляется с помощью метода электростатических изображений (глава 3, стр. 95). Вылетающие и возвращающиеся электроны образуют возле поверхности отрицательно заряженное облако, а их изображения — положительно заряженный слой на поверхности металла. Между отрицательно заряженным слоем электронов вне металла и положительным наведенным зарядом на его поверхности образуется электрическое поле, напряженность которого направлена наружу.

► **Давление света.** Давление света было предсказано Максвеллом на основе электромагнитной теории и измерено Лебедевым. Установка Лебедева состояла из легкого стержня, подвешенного в вакууме на тонкой нити. По краям стержня были закреплены две тонких пластинки — одна отражающая, другая поглощающая. Освещая пластинки и измеряя закручивание нити, Лебедев вычислял световое давление.

Электромагнитная теория давала следующее объяснение световому давлению: электрическое поле электромагнитной волны вызывает в металле ток, на который действует сила Ампера со стороны магнитного поля волны; эта сила направлена в сторону распространения волны и является причиной светового давления. Гораздо проще выглядит объяснение давления на языке световых квантов: фотоны, каждый из которых обладает импульсом (2), поглощаются или отражаются, передавая свой импульс веществу. При отражении фотона переданный импульс в два раза больше, чем при поглощении.

Пример 3. Плотность потока солнечного излучения на орбите Земли равна $I = 1370 \text{ Вт/м}^2$. Вычислим силу давления излучения на «солнечный парус» площадью $S = 500 \text{ м}^2$, расположенный перпендикулярно потоку. Будем считать, что доля $r = 0,6$ излучения отражается от поверхности, а доля $1 - r = 0,4$ — поглощается поверхностью. Излучение, отраженное за 1 с единицей площади, обладает импульсом rI/c , а поглощенное — импульсом $(1 - r)I/c$. Следовательно, давление на поверхность, равное переданному 1 м² поверхности за 1 с импульсу, составляет

$$p = \frac{2rI}{c} + \frac{(1 - r)I}{c} = \frac{(1 + r)I}{c} = 7,3 \cdot 10^{-6} \text{ Па},$$

а сила давления равна $F = pS = 3,7 \text{ мН}$.

► **Подтверждения гипотезы световых квантов.** Выдвинутая Планком в 1900 г. гипотеза световых квантов была столь революционной, что долгие годы (вплоть до создания в конце 20-х годов квантовой механики) неоднозначно воспринималась учеными того времени. Перечислим основные факты, подтверждающие эту гипотезу.

1. Объяснение Планком законов теплового излучения (1900). Попытки объяснить свойства теплового излучения, опираясь на законы классической физики, потерпели полное фиаско. Из этих законов однозначно следовало, что полная мощность излучения (с учетом вклада всех высоких частот) должна быть бесконечной! (Этот парадокс получил название «ультрафиолетовой катастрофы».) Предположив, что излучение и поглощение электромагнитных волн частотой ν происходит порциями (квантами) с энергией $h\nu$, Планк вывел формулу для мощности излучения при различных частотах, прекрасно согласующуюся с экспериментальными данными.

2. Объяснение Эйнштейном законов внешнего фотоэффекта (1905). Как уже говорилось, Эйнштейн усилил гипотезу Планка, предположив, что каждый квант поглощается одним отдельным электроном, т. е. ведет себя как локализованная частица.

3. Объяснение Бором спектра излучения атома водорода (1911). Одним из важных элементов теории Бора атома водорода (см. следующий параграф), позволившей объяснить линейчатый спектр излучения атома, было выражение для частоты излучения при переходе атома из одного стационарного состояния в другое. Бор выражал эту частоту через энергию излученного кванта с помощью формулы Планка (1).

4. Объяснение Комптоном эффекта сдвига частоты при рассеянии света на электроне (1923). По законам классической физики частота рассеянного света должна быть равна частоте падающего. Однако в экспериментах наблюдалось уменьшение частоты, возрастающее с увеличением угла рассеяния. Комптон применил к акту рассеяния законы сохранения энергии и импульса для системы электрон + фотон, аналогично тому, как это делается для столкновения частиц. Рассеянный фотон должен иметь меньшую энергию, поскольку часть энергии он отдал электрону. По формуле Планка уменьшение энергии означает уменьшение частоты. Выведенная Комптоном формула великолепно описывала экспериментальные факты и стала одним из главных аргументов в пользу корпускулярной квантовой теории света.

5. Объяснение коротковолновой границы рентгеновского спектра тормозного излучения. Если электроны в вакуумной лампе разогнать электрическим полем, то при бомбардировке ими анода возникает так называемое тормозное излучение. Источником излучения является как сам электрон, испытывающий резкое торможение, так и возбужденные им атомы мишени. Было замечено, что в спектре излучения отсутствуют частоты, большие некоторой граничной частоты. Эта частота пропорциональна напряжению между электродами, под действием которого разгоняются электроны. Объяснение состоит в том, что максимальная частота соответствует максимальной энергии фотона, когда он получает всю кинетическую энергию электрона: $h\nu = eU$.

► **Корпускулярно-волновой дуализм. Формула де Бройля.** В 1923 г. де Бройль предположил, что корпускулярно-волновой дуализм (наличие как корпускулярных, так и волновых свойств) должен быть всеобщим свойством материи и проявляться не только для электромагнитного излучения, но и для любых частиц. По аналогии со световыми квантами он предложил формулу для длины волны, описывающую волновые свойства частицы, обладающей импульсом p (см. формулу (2)):

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (4)$$

Наличие волновых свойств должно проявляться в виде интерференционных и дифракционных явлений. Действительно, в 1927 г. Девиссон и Джермер поставили эксперимент по отражению электронов от поверхности кристалла и обнаружили дифракционные свойства, аналогичные дифракции рентгеновских лучей. Вычисленная по дифракционной картине длина волны точно соответствовала формуле де Бройля (4).

Пример 4. Вычислим дебройлевскую длину волны для двух случаев: для электрона с кинетической энергией $E = 10$ эВ $= 1,6 \cdot 10^{-18}$ Дж (что по порядку величины соответствует энергии электрона в атоме водорода) и для макроскопической частицы массой 1 мг, движущейся со скоростью 1 м/с. В первом случае:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ м},$$

что соответствует размерам атома. Для электронов в атоме волновые свойства существенны и надо применять законы квантовой механики. Во втором случае:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 6,6 \cdot 10^{-28} \text{ м}.$$

В этом случае волновые свойства несущественны, и можно применять законы классической физики.

Проявление частицами волновых свойств нашло полное объяснение в создававшейся в те же годы квантовой механике.

§ 2. Атом и атомное ядро

► **Опыты Резерфорда.** Опыты Резерфорда сыграли решающую роль в формировании ядерной модели атома. Цель опытов: выяснить распределение в атоме положительного заряда, в котором заключена почти вся масса атома (кроме массы

электронов). Постановка эксперимента: бомбардировка α -частицами атомов тяжелых элементов (α -частицы — ядра атомов гелия, излучаемые в радиоактивном распаде с энергией в несколько МэВ). Главный качественный результат: обнаружены единичные случаи рассеяния α -частиц назад (на углы больше 90°). Анализ: если бы α -частица налетала на тяжелый точечный заряд q , то точку R_0 разворота ($v_\alpha = 0$) можно было бы найти из закона сохранения энергии: $m_\alpha v_\alpha^2/2 = kq_\alpha q/R_0$. Подсчет показывает, что $R_0 \sim 10^{-14}$ см. Такой же результат — отражение в точке $r = R_0$ — останется в силе, если положительный заряд размазан по шару радиусом $R < R_0$. Если же размеры области положительного заряда заметно превышают R_0 , то α -частица проникает в эту область, сила отталкивания уменьшается (внешние слои не создают напряженности — см. § 1 гл. 3), и отражения не происходит. Вывод: положительный заряд атома и почти вся его масса сконцентрированы в области размерами менее 10^{-14} см, что в десятки тысяч раз меньше размеров атома (10^{-10} см); эту область называют *ядром атома*.

► **Ядерная (планетарная) модель атома.** В атоме с порядковым номером Z заряд ядра равен Ze ; вокруг ядра по различным орбитам «вращается» Z электронов. Радиусом атома называют радиус орбиты внешних электронов. Главная трудность такой *планетарной модели атома* (модель Резерфорда) состоит в том, что при движении с ускорением электрон должен непрерывно излучать электромагнитные волны; расчет показывает, что за время 10^{-8} с электрон должен потерять всю энергию и упасть на ядро.

► Квантовые постулаты Бора.

1. Атомная система может находиться в особых *стационарных*, или квантовых *состояниях*, каждому из которых соответствует определенная энергия E_n . В стационарных состояниях атом не излучает.

2. *Излучение света* происходит при переходе атома из состояния с большей энергией E_k в состояние с меньшей энергией E_n . Энергия излученного фотона равна разности энергий стационарных состояний (см. (1)):

$$h\nu_{kn} = E_k - E_n.$$

Опыт Франка и Герца. Гипотеза Бора о дискретных уровнях энергии атомов была столь революционной, что потребовала непосредственного и убедительного экспериментального подтверждения.

Это было сделано в знаменитом опыте Франка и Герца (1913 г.). Исследуя столкновения электронов с атомами ртути в ртутной лампе, они обнаружили, что электроны с энергией меньше 4,9 эВ не могут перевести атом в возбужденное состояние и рассеиваются упруго. При достижении же этой пороговой энергии электроны теряют при столкновении энергию 4,9 эВ, передавая ее атому. (Это проявляется в резком падении тока лампы.) Следовательно, ближайший разрешенный уровень энергии атома отстоит от нижнего уровня на это пороговое значение.

Квантовые постулаты Бора давали непосредственное объяснение одному из самых загадочных экспериментальных фактов — дискретности атомных спектров. Для определения положения спектральных линий надо было научиться вычислять дискретные уровни энергии атома. Бор успешно сделал это для простейшей атомной системы — атома водорода.

► **Модель Бора для атома водорода.** Теория Бора совмещала квантовые постулаты с классическими представлениями. В любом стационарном состоянии электрон движется по классической траектории, его энергия вычисляется по формулам классической механики. Для определения радиусов разрешенных (стационарных) круговых орбит Бор ввел еще один постулат — *правило квантования*:

$$mv_nr_n = n\hbar, \quad (5)$$

где n — номер орбиты, $\hbar = h/2\pi$, v_n , r_n — скорость и радиус орбиты электрона в n -м стационарном состоянии. Правило квантования вместе с классическими уравнениями движения позволяют вычислить энергии всех стационарных состояний.

С точки зрения волновой теории де Бройля правило квантования Бора имеет следующий наглядный смысл: на длине орбиты должно укладываться целое число длин волн:

$$2\pi r_n = n \frac{h}{mv}.$$

Это соответствует условию образования на орбите устойчивой стоячей волны.

Уравнение движения электрона на n -й круговой орбите имеет вид

$$m \frac{v_n^2}{r_n} = k \frac{e^2}{r_n^2} \quad (6)$$

(v^2/r — центростремительное ускорение, ke^2/r^2 — сила кулоновского притяжения электрона к ядру). Решая совместно уравнения (5) и (6),

находим:

$$r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{mke^2}, \quad v_n = \frac{ke^2}{n\hbar}.$$

Энергия электрона на n -й орбите есть сумма кинетической и потенциальной энергий:

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} - k \frac{e^2}{r_n},$$

или, с учетом (6),

$$E_n = -k \frac{e^2}{2r_n}.$$

Подставляя сюда r_n из (5), получаем

$$E_n = -\frac{m(ke^2)^2}{2\hbar^2 n^2}. \quad (7)$$

Состояние с наименьшей энергией ($n = 1$) называют *основным*, остальные состояния называют *возбужденными*. Энергия основного состояния E_1 и радиус орбиты электрона в этом состоянии (радиус атома водорода, или *боровский радиус*) равны

$$E_1 = -\frac{m(ke^2)^2}{2\hbar^2} \approx -21,7 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = -13,6 \text{ эВ},$$

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{mke^2} \approx 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Чтобы ионизовать атом в основном состоянии, электрону надо сообщить энергию $|E_1|$; эту энергию называют *энергией ионизации*.

Для частоты излученного света получаем:

$$\nu_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h} = \frac{m(ke^2)^2}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) = R_\nu \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

где $R_\nu = m(ke^2)^2/(4\pi\hbar^3) = 3,290 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ называют *постоянной Ридберга* (для частоты). Часто используют формулу

$$\frac{1}{\lambda_{kn}} = R_\lambda \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

где $R_\lambda = R_\nu/c = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ — постоянная Ридберга для обратной длины волны. В видимой части спектра наблюдаются линии, соответствующие переходам с уровней 3, 4, 5 и 6 на уровень 2, т. е. четыре линии из так называемой серии Бальмера. При поглощении фотона атом переходит в стационарное состояние с большей энергией.

Замечание. Теория Бора применима не только к атому водорода, но и к водородоподобным ионам, т.е. ядрам с одним электроном на орбите (He^+ , Li^{++} и т.д.). В этом случае во всех формулах надо e^2 заменить на Ze^2 .

► **Трудности теории Бора.** Теория Бора дала великолепное согласие с экспериментом при описании спектров атома водорода и водородоподобных ионов. Однако она оказалась не в состоянии описать спектры многоэлектронных атомов, начиная с атома гелия. Это связано с тем, что теория Бора была непоследовательной — полуквантовой, полуклассической. Описание спектров всех атомов и молекул дает квантовая механика.

► **Лазеры.** Лазеры используются для получения когерентных световых пучков высокого качества. Действие лазера основано на явлении *индуцированного излучения* (рассмотренного Эйнштейном), т.е. на излучении атомом кванта света под действием падающего света. Самопроизвольное излучение возбужденного атома без внешнего воздействия называют *спонтанным*. Световой квант, возникший при индуцированном излучении, имеет такую же частоту, фазу и поляризацию, как и падающий (падающий и излученный свет когерентны). Однако фотоны не только вызывают индуцированное

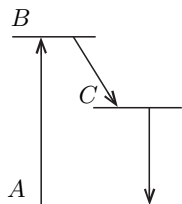


Рис. 100

излучение возбужденных атомов, но и поглощаются невозмущенными атомами. Чтобы число квантов возрастало, возбужденных атомов должно быть больше, чем невозмущенных (инверсная заселенность уровней). В рубиновом лазере инверсная заселенность создается с помощью трехуровневой системы, т.е. атомы переводят из невозмущенного состояния A (см. рис. 100) в состояние B с малым временем жизни, после чего часть атомов переходит не обратно в A , а в долгоживущее состояние C . Когда атомов C станет больше, чем атомов A , на переходе из C в A начинает работать лазер.

► **Состав ядра атома.** Ядро состоит из *протонов* (заряд $+e$, масса $m_p \approx 1,673 \cdot 10^{-27}$ кг) и *нейтронов* (заряд равен нулю, масса $m_n \approx 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг). Заряд ядра равен Ze , где Z — число протонов. Массовое число A равно полному числу нуклонов (протонов и нейтронов) в ядре: $A = Z + N$, где N — число нейтронов. Нуклоны удерживаются в ядре короткодействующими силами притяжения большой величины — ядерными силами. При малых A наиболее устойчивы ядра с $N = Z$, при больших A число нейтронов N заметно превышает число протонов. Для обозначения ядер используют запись: ${}_Z^AX$.

Изотопами называют ядра, имеющие одинаковый заряд, но различную массу. Изотопы есть у всех элементов; вещество представляет собой смесь изотопов в определенной пропорции. У некоторых элементов есть только один стабильный изотоп, а остальные — радиоактивные; начиная с полония ($Z = 84$), все изотопы элементов радиоактивны. Пример: у водорода есть стабильный изотоп дейтерий ${}_1^2\text{H}$ и β -радиоактивный тритий ${}_1^3\text{H}$.

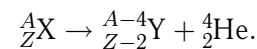
► **Радиоактивность.** Радиоактивность — испускание ядрами некоторых элементов различных частиц (α -частиц, электронов, γ -квантов), сопровождающееся превращением ядра в другое ядро (с другими Z и A) или переходом ядра в другое состояние. Момент времени, когда такое превращение испытает данное ядро, непредсказуем; однако каждую секунду распадается определенная доля ядер. Число распадов в единицу времени называют *активностью*. Время $T_{1/2}$, через которое распадется половина ядер (и, соответственно, активность упадет в 2 раза), называют *периодом полураспада*. Закон радиоактивного распада дает количество нераспавшихся ядер N от времени:

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

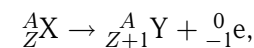
(при $t = T_{1/2}$ получаем $N = N_0/2$). Для урана $T_{1/2} \approx 4,5$ млрд лет, для радия $T_{1/2} \approx 1600$ лет; поэтому радий на Земле давно распался, и его можно получать только искусственно.

► Виды радиоактивного распада.

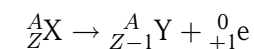
1. Альфа-распад. α -распад представляет собой излучение α -частиц (ядер гелия ${}_2^4\text{He}$) высокой энергии. Масса ядра уменьшается на 4 единицы, а заряд (порядковый номер элемента) — на 2 единицы (правило смещения):



2. Бета-распад. β^- -распад — излучение электрона,



и β^+ -распад — излучение позитрона:



(*позитрон* — античастица электрона — имеет такую же массу m_e , но положительный заряд $+e$). Порядковый номер ядра изменяется на единицу, массовое число не изменяется.

3. Гамма-излучение. γ -излучение представляет собой испущенные *возбужденным ядром* кванты света высокой частоты (γ -кванты). A и Z при γ -излучении не меняются, ядро лишь переходит в состояние с меньшей энергией.

Распавшееся ядро обычно тоже радиоактивно, т.е. происходит цепочка последовательных радиоактивных превращений. Радиоактивное излучение обычно представляет собой смесь всех трех видов излучений.

► **Методы наблюдения и регистрации заряженных частиц.** Большинство методов основано на использовании систем в долгоживущем неустойчивом состоянии, в которых под действием пролетающей заряженной частицы происходит переход в устойчивое состояние.

Счетчик Гейгера основан на ударной ионизации газа; он фиксирует только факт пролета частицы.

В *камере Вильсона* используется пересыщенный пар. Камера фиксирует траекторию заряженной частицы: вдоль траектории возникают ионы, на которых конденсируются капельки жидкости.

Пузырьковая камера содержит перегретую жидкость. Ионы, возникающие вдоль траектории частицы, провоцируют образование мельчайших пузырьков пара. Частицы хорошо тормозятся жидкостью, что позволяет наблюдать несколько последовательных реакций.

В *толстослойных фотоэмульсиях* пролетающие частицы образуют скрытое изображение. После проявления видны все события, происшедшие за время наблюдения.

► **Энергия связи ядра.** Энергией связи называют работу, которую надо совершить для разделения ядра на нуклоны. Энергию связи можно найти, измерив достаточно точно массу ядра $m_{\text{я}}$. В соответствии с формулой Эйнштейна (формула (17) гл. 5) энергия связи равна

$$E_{\text{св}} = E_{\text{нуклонов}} - E_{\text{ядра}} = (Zm_p + Nm_n)c^2 - m_{\text{я}}c^2. \quad (8)$$

Данные по измерениям атомных масс подтверждают, что масса ядра всегда меньше суммы масс составляющих его нуклонов. Иными словами, у всех ядер имеется положительный *дефект*

масс, равный разности между суммой масс нуклонов и массой ядра:

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{\text{я}}. \quad (9)$$

Массы ядер всех элементов, включая различные изотопы, можно найти в справочниках, где они приведены с достаточно высокой точностью. Массы выражают либо в *относительных единицах*, т.е. в атомных единицах массы (*атомная единица массы* равна $1/12$ массы атома углерода $^{12}_6\text{C}$, $1 \text{ а.е.м.} = 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$), либо в *энергетических единицах* $\text{МэВ}/c^2$, т.е. приводят энергию покоя атома mc^2 , выраженную в МэВ ($1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ} = 1,6022 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$, $1 \text{ а.е.м.} = 931,50 \text{ МэВ}/c^2$). Например, масса электрона $m_e = 5,49 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.} = 0,511 \text{ МэВ}/c^2$, масса протона $m_p = 1,00728 \text{ а.е.м.} = 938,28 \text{ МэВ}/c^2$, масса нейтрона $m_n = 1,00867 \text{ а.е.м.} = 939,57 \text{ МэВ}/c^2$, масса атома водорода $m_{\text{H}} = 1,00783 \text{ а.е.м.} = 938,79 \text{ МэВ}/c^2$.

Пример 5. Вычислим энергию связи ядра атома гелия в двух случаях: 1) нам известна масса ядра атома гелия $m_{\text{я}} = 3727,4 \text{ МэВ}/c^2$; 2) нам известна масса атома гелия $m_{\text{He}} = 4,00260 \text{ а.е.м.}$ (в таблицах обычно приводят массы атомов, а не ядер). В первом случае применяем непосредственно формулу (8):

$$\begin{aligned} E_{\text{св}} &= 2m_p c^2 + 2m_n c^2 - m_{\text{я}} c^2 = \\ &= 2 \cdot 938,28 + 2 \cdot 939,57 - 3727,4 = 28,3 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Во втором случае можно вычесть из массы атома массу электронов и получить массу ядра, но обычно поступают по-другому: вместо массы протона m_p в (8) используют массу атома водорода m_{H} :

$$\begin{aligned} E_{\text{св}} &= (2m_{\text{H}} + 2m_n - m_{\text{He}})c^2 = \\ &= (2 \cdot 1,00783 + 2 \cdot 1,00867 - 4,00260)931,5 = 28,3 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

В этом случае массы электронов сокращаются. Энергия связи велика; при образовании 4 г гелия выделяется столько же энергии, сколько при сгорании шести вагонов каменного угля.

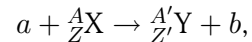
Пример 6. Вычислим энергию отделения нейтрона от ядра атома гелия ^4_2He . После отделения появляется изотоп гелия ^3_2He , масса которого равна $m_{\text{He}(3)} = 3,01603 \text{ а.е.м.}$ Энергия отделения нейтрона равна

$$\begin{aligned} \Delta E &= (m_{\text{He}(3)} + m_n - m_{\text{He}(4)})c^2 = \\ &= (3,01603 + 1,00867 - 4,00260)931,5 = 20,6 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Видно, что энергия отделения одного нуклона существенно отличается от энергии связи на один нуклон в ядре атома гелия ^4_2He , которая равна $7,1 \text{ МэВ}$. Дело в том, что ^4_2He относится к классу особо устойчивых ядер (энергия связи на нуклон у ^4_2He заметно больше, чем у ^3_2He).

Удельная энергия связи (т. е. энергия связи в расчете на один нуклон) с увеличением массового числа A сначала возрастает, потом остается примерно постоянной (8–9 МэВ на нуклон), а при $A > 60$ снова уменьшается. Это означает, что как при делении тяжелого ядра на две части, так и при соединении двух легких ядер должна выделяться энергия.

► **Ядерные реакции.** Ядерные реакции — изменения ядер, происходящие в результате их взаимодействий с элементарными частицами и друг с другом. Схема большинства ядерных реакций имеет вид



где a — налетающая на начальное ядро частица (нейтрон ${}_0^1n$, протон ${}_1^1p$, электрон ${}_{-1}^0e$, позитрон ${}_{+1}^0e$, альфа-частица ${}_2^4\alpha$ и т. д.), b — вылетающая частица, образующаяся в ядерной реакции вместе с конечным ядром.

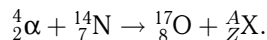
Для любой ядерной реакции (как и для любого радиоактивного распада) выполняются законы сохранения заряда

$$\sum Z_i = \sum Z'_i,$$

и числа нуклонов

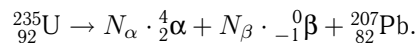
$$\sum A_i = \sum A'_i.$$

Пример 7. В первой в истории ядерной реакции, осуществленной Резерфордом, азот ${}^{14}_7N$ бомбардировался альфа-частицами. В реакции происходило образование изотопа кислорода ${}^{17}_8O$, сопровождавшееся радиоактивным излучением. Выясним, из каких частиц состояло это излучение. Запишем уравнение реакции:



Из законов сохранения заряда ($2 + 7 = 8 + Z$) и числа нуклонов ($4 + 14 = 17 + A$) получим $Z = 1$, $A = 1$. Радиоактивное излучение представляло собой поток протонов ${}_1^1p$.

Пример 8. В результате серии альфа- и бета-распадов ${}^{235}_{92}U$ превращается в ${}^{207}_{82}Pb$. Выясним, сколько альфа- и бета-распадов в этой серии. После всех распадов образуется ядро свинца, N_α альфа-частиц и N_β бета-частиц (электронов):



Из закона сохранения числа нуклонов ($235 = 4N_\alpha + 207$) находим число альфа-распадов: $N_\alpha = 7$, а затем из закона сохранения заряда ($92 = 2N_\alpha - N_\beta + 82$) находим число бета-распадов: $N_\beta = 4$.

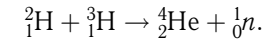
Кроме того, в любой реакции выполняется закон сохранения энергии. Если сумма масс частиц, вступающих в реакцию, больше суммы масс конечных частиц, то реакция идет с выделением энергии (альфа- и бета-распады, реакции синтеза и деления и др., такие реакции называются *экзоэнергетическими*). В обратном случае реакция идет с поглощением энергии, т. е. для осуществления реакции начальные частицы должны иметь достаточно большую кинетическую энергию (*эндоэнергетические* реакции).

Пример 9. Выясним энергетический баланс реакции из примера 7. В справочнике можно найти энергии покоя всех участников реакции в МэВ (или их массы в МэВ/ c^2): для альфа-частицы 3727,4 МэВ, для ядра ${}^{14}_7N$ 13040,3 МэВ, для ядра ${}^{17}_8O$ 15830,6 МэВ, для протона 938,3 МэВ. Получаем:

$$3727,4 + 13040,3 - 15830,6 - 938,3 = -1,2 \text{ МэВ},$$

т. е. рассматриваемая реакция — эндоэнергетическая с поглощением энергии 1,2 МэВ.

Пример 10. Вычислим, сколько энергии выделяется в реакции синтеза



Массы частиц возьмем из таблиц: дейтерия 2,01410 а.е.м., трития 3,01605 а.е.м., гелия-4 4,00260 а.е.м., нейтрона 1,00866 а.е.м. Получаем:

$$E = (2,01410 + 3,01605 - 4,00260 - 1,00866) 931,5 = 17,6 \text{ МэВ}.$$

Чтобы понять, много это или мало, надо умножить энергию реакции на число атомов гелия в $m = 1$ г: $N = mN_A/M_{He}$. Получим, что при образовании 1 г гелия выделяется энергия $4,2 \cdot 10^{11}$ Дж.

Для воздействия на ядра используют как заряженные частицы большой энергии, полученные в радиоактивном распаде и на ускорителях, так и нейтроны. Нейтроны не отталкиваются кулоновским полем ядра, поэтому им не нужно придавать большую энергию; во многих случаях медленные (тепловые) нейтроны оказываются даже эффективнее.

► **Реакция деления.** Захватывая нейтрон, ядро урана может разделиться на два осколка; в процессе деления вылетают также два-три нейтрона (в больших ядрах доля нейтронов больше, чем в средних). Выделение энергии при одном акте деления составляет около 200 МэВ (примерно 1 МэВ на нуклон); именно на столько энергия связи урана меньше суммы энергий связи

осколков. Объяснение процессу деления дает капельная модель ядра. Захватывая нейтрон, ядро переходит в возбужденное состояние и деформируется, что облегчает разрыв «капли» на два осколка (в результате кулоновского отталкивания частей ядра).

► **Цепная реакция. Реакторы.** Так как вылетевшие нейтроны могут, в свою очередь, привести к делению других ядер урана, то возможно возникновение *цепной* (самоподдерживающейся) *реакции*. Для поддержания реакции надо, чтобы *коэффициент размножения нейтронов K* был больше или равен 1. (Коэффициентом размножения называют отношение числа нейтронов в некотором «поколении» к числу нейтронов в предыдущем поколении.) Естественный уран содержит лишь 0,7% изотопа $^{235}_{92}\text{U}$, который делится при захвате любых нейтронов — как медленных, так и быстрых. Остальная часть приходится на долю изотопа $^{238}_{92}\text{U}$, который захватывает только быстрые нейтроны, но в четырех случаях из пяти не делится. Поэтому есть два пути для создания цепной реакции: либо очищать уран, увеличивая процентное содержание $^{235}_{92}\text{U}$, либо замедлять вылетающие нейтроны. Первый путь используется в атомной бомбе и в реакторе на быстрых нейтронах. Второй путь используется в обычных реакторах. Замедлители изготавливают из тяжелой или обычной воды, графита и т. д. Необходимо также учитывать, что при малых размерах активной зоны, содержащей уран, слишком много нейтронов уходит наружу через границу, и цепная реакция не идет. Значит, масса урана должна превышать некоторую *критическую массу*. Например, критическая масса чистого $^{235}_{92}\text{U}$ составляет примерно 50 кг. Для *управления реакцией* используют стержни из кадмия или бора, хорошо поглощающих нейтроны. Вдвигая стержни в реактор, останавливают реакцию.

► **Реакция синтеза.** *Термоядерный синтез* — реакция слияния двух легких ядер. Энергия связи конечного ядра больше суммы энергий связи исходных ядер, т. е. при слиянии ядер должна выделяться энергия. Например, в реакции $^1_1\text{H} + ^1_1\text{H} \rightarrow ^2_2\text{He} + ^1_0\text{n}$ (см. пример 10) выделяется энергия 17,6 МэВ (т. е. 3,5 МэВ на нуклон). Главная трудность — ядра необходимо привести в контакт, т. е. сблизить до расстояния 10^{-14} м, чему препятствует сила кулоновского отталкивания. Для преодоления сил отталкивания вещество необходимо разогреть до сотен миллионов

градусов. Чтобы сделать термоядерный синтез управляемым, надо решить задачу удержания такой раскаленной плазмы магнитным полем; пока эта задача не решена. Термоядерный синтез служит источником энергии звезд (в том числе Солнца). *Неуправляемая термоядерная реакция* происходит при взрыве *водородной бомбы*, где для достижения необходимых температур используют взрыв *атомной бомбы*.

► **Измерение дозы излучения.** *Поглощенная доза излучения* определяется как энергия, поглощенная единицей массы, и выражается в *греях* ($1 \text{ Гр} = \text{Дж/кг}$). Для характеристики рентгеновского и гамма-излучения по производимой ими ионизации сухого воздуха вводится *экспозиционная доза излучения*, равная сумме зарядов всех ионов одного знака, образующихся под действием электронов, возникших в облучаемом воздухе массой 1 кг (выражается в Кл/кг или в *рентгенах*: $1 \text{ рентген} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$).

Чтобы оценить биологическое воздействие излучения на живой организм, вводят *коэффициент качества излучения Q* , который показывает, во сколько раз данное излучение опаснее, чем рентгеновское, при одинаковых поглощенных дозах. Для бета-излучения $Q = 1$, для протонов с энергией меньше 10 МэВ $Q = 10$, для тепловых нейтронов с энергией меньше 20 кэВ $Q = 3$, а для нейтронов с энергией 0,5–10 МэВ $Q = 10$, для альфа-излучения с энергией меньше 10 МэВ $Q = 20$, для тяжелых ядер $Q = 20$. *Эквивалентная доза излучения* равна произведению поглощенной дозы на коэффициент качества. Она выражается в *зивертах* (1 Зв равен одному грею при $Q = 1$). Используется также *бэр* (биологический эквивалент рентгена): $1 \text{ бэр} = 0,01 \text{ Зв}$.

Приложение

Таблица 1. Единицы СИ

Величина	Наименование	Обозначение	Размерность	Стр.
Основные единицы				
Длина	метр	м		7
Масса	килограмм	кг		19
Время	секунда	с		7
Сила электрического тока	ампер	А		110
Абсолютная температура	кельвин			58
Количество вещества	моль	моль		55
Сила света	кандела	кд		
Дополнительные единицы				
Плоский угол	радиан	рад		
Телесный угол	стерадиан	ср		
Производные единицы				
Скорость	метр в секунду	м/с	$\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$	7
Ускорение	метр на секунду в квадрате	$\text{м}/\text{с}^2$	$\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$	8
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	с^{-1}	15
Угловое ускорение	радиан в секунду в квадрате	$\text{рад}/\text{с}^2$	с^{-2}	16
Частота	герц	Гц	с^{-1}	139
Плотность	килограмм на кубический метр	$\text{кг}/\text{м}^3$	$\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	
Сила	ньютон	Н	$\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$	19

Таблица 1. Продолжение

Величина	Наименование	Обозначение	Размерность	Стр.
Производные единицы				
Момент силы	ньютон·м	Н·м	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$	26
Давление	паскаль	Па	$\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$	41
Жесткость	ньютон на метр	Н/м	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$	20
Импульс	килограмм-метр в секунду	$\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}$	$\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$	28
Работа, энергия	джоуль	Дж	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$	32
Мощность	ватт	Вт	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}$	33
Удельная теплоемкость	джоуль на килограмм-кельвин	$\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$	66
Молярная теплоемкость	джоуль на килограмм-кельвин	$\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$	66
Электрический заряд	кулон	Кл	А·с	89
Разность потенциалов	вольт	В	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$	100
Электрическая емкость	фарад	Ф	$\text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$	104
Электрическое сопротивление	ом	Ом	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$	112
Удельное электрическое сопротивление	ом·метр	Ом·м	$\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$	112
Магнитная индукция	тесла	Тл	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$	128
Магнитный поток	вебер	Вб	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$	133
Индуктивность	генри	Гн	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$	137
Световой поток	люмен	лм	кд	
Освещенность	люкс	лк	$\text{кд} \cdot \text{м}^{-2}$	

Таблица 2. Основные физические постоянные

Название	Обозначение	Значение	Стр.
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 931,50 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ/с}^2$	203
Боровский радиус	$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e k e^2}$	$5,2918 \cdot 10^{-11} \text{ м}$	199
Гравитационная постоянная	γ	$6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$	23
Коэффициент в законе Кулона	$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$9,00 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$	89
Магнитная постоянная	$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$	$1,2566 \cdot 10^{-8} \text{ Гн/м}$	137
Масса нейтрона	m_n	$1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$	203
Масса протона	m_p	$1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$	203
Масса электрона	m_e	$9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	203
Отношение масс протона и электрона	$\frac{m_p}{m_e}$	1836,15	
Постоянная Авогадро	N_A	$6,0220 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	55
Постоянная Больцмана	$k = R/N_A$	$1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$	58
Постоянная Планка	h	$6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$	192
Постоянная Планка	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$	192
Постоянная Ридберга для ν	$R_\nu = R/2\pi\hbar$	$3,2898 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$	199
Постоянная Ридберга для λ^{-1}	$R_\lambda = R/2\pi c\hbar$	$1,0974 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$	199
Постоянная Фарадея	F	96500 Кл/моль	122
Скорость света в вакууме	c	$2,9979 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	90
Удельный заряд электрона	$-e/m_e$	$-1,7588 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$	
Удельный заряд протона	e/m_p	$0,9579 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг}$	
Универсальная газовая постоянная	R	8,3144 Дж/(моль·К)	59
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$	89
Элементарный заряд	e	$1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	89
Энергия покоя нейтрона	$m_n c^2$	939,57 МэВ	203
Энергия покоя протона	$m_p c^2$	938,28 МэВ	203
Энергия покоя электрона	$m_e c^2$	0,51100 МэВ	

Таблица 3. Некоторые физические величины

Название	Обозначение	Значение
Стандартное ускорение свободного падения	$g = \gamma \frac{M_3}{R_3^2}$	9,8067 м/с ²
Масса Земли	M_3	$5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Плотность Земли (средняя)	ρ_3	$5,52 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Радиус Земли (средний)	R_3	6378 км
Расстояние от Земли до Солнца (среднее)	—	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Масса Солнца	M_C	$1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

Таблица 4. Десятичные приставки

Множи-тель	Приставка		Множи-тель	Приставка	
	наимено-вание	обозна-чение		наимено-вание	обозна-чение
10^{18}	экса	Э	10^{-1}	деци	д
10^{15}	пета	П	10^{-2}	санتي	с
10^{12}	тера	Т	10^{-3}	милли	м
10^9	гига	Г	10^{-6}	микро	мк
10^6	мега	М	10^{-9}	нано	н
10^3	кило	к	10^{-12}	пико	п
10^2	гекто	г	10^{-15}	фемто	ф
10^1	дека	да	10^{-18}	атто	а

Предметный указатель

- Абсолютная влажность 80
 — температура 58
 Абсолютный нуль температуры 58
 Авогадро закон 62
 — постоянная 55
 Автоколебания 146
 Адиабатный процесс 76
 Активное сопротивление в цепи переменного тока 150
 Активность (радиоактивного вещества) 201
 Альфа-распад 201
 Альфа-частица 197
 Аморфные твердые тела 83
 Ампер (единица силы тока) 89, 111
 Ампера закон 129
 — сила 129
 Амплитуда колебаний 136
 — — скорости и ускорения 140
 Анод (электронной лампы) 124
 Аномальная дисперсия 158
 Атмосфера (единица давления) 46
 Атмосферное давление 45
 Атомный реактор 206
- База (в транзисторе) 127
 Барометр 45
 Батарея источников 118
 Бета-распад 201
 Больцмана постоянная 58
 Боровский радиус 199
 Броуновское движение 52
- Ватт (единица мощности) 33
- Вебер (единица магнитного потока) 133
 Вес тела 23
 — — погруженного в жидкость 47
 Вечный двигатель второго рода 77
 — — первого рода 64
 Взаимодействие молекул 54
 Вибратор Герца 155
 Вихревое электрическое поле 136
 Влажность 80
 — абсолютная 80
 — относительная 81
 Внутреннее сопротивление источника тока 116
 Внутренняя энергия 63, 70
 — — идеального газа 72
 Возвращающая сила 141
 Волна электромагнитная 154
 Волновое число 147
 Волны в упругой среде 146
 — звуковые 148
 — продольные и поперечные 146
 Вольт (единица потенциала) 100
 Вращательное движение твердого тела 17
 Вращательный момент, действующий на виток с током в магнитном поле 128
 Второй закон Ньютона 19, 28
 — — — в СТО 188
 — — Фарадея для электролиза 122
 — — термодинамики 77
 Вынужденные колебания 145
 — — в электрической цепи 150
 Высота тона звука 148
- Выталкивающая сила (сила Архимеда) 46
- Газовый разряд 122
 — — несамостоятельный 123
 — — самостоятельный 123
 Гамма-излучение 202
 Гармонические колебания 139
 Генератор переменного тока 150
 Генри (единица индуктивности) 137
 Геометрическая оптика 167
 Герц (единица частоты) 139
 Гидравлический пресс 43
 Главная оптическая ось линзы 175
 Главные максимумы дифракционной решетки 167
 — фокусы линзы 176
 Гравитационная постоянная 23
 — сила 22
 Громкость звука 148
 Гука закон 20, 85
 Гюйгенса принцип 159
 Гюйгенс–Френеля принцип 159
- Давление 41
 — жидкости, зависимость от скорости течения 50
 — парциальное 62
 — света 194
 — столба жидкости 42
 Дальнодействие и близкодействие 89
 Дальтона закон 62
 Движение жидкости по трубам 49
 — по окружности 15
 — по окружности и неравномерное 16
 — по окружности равномерное 15
 — по окружности равноускоренное 16
 — проводника в магнитном поле 136
 — прямолинейное 8
- равномерное прямолинейное 9
 — равноускоренное 9
 — твердого тела 17
 — твердого тела вращательное 17
 — твердого тела поступательное 17
 — тела, брошенного вверх 11
 — тела, брошенного горизонтально 12
 — тела, брошенного под углом к горизонту 12
 Действительное изображение 168
 Действующее значение тока и напряжения 151
 Дефект масс 19, 202
 Деформации пластические 85
 — упругие 85
 Деформация относительная 85
 Джоуль (единица энергии и работы) 32
 Джоуля–Ленца закон 117
 Диамагнетики 132
 Диод (электронная лампа) 124
 Диоптрия (единица оптической силы) 173
 Диполь электрический 92
 Дисперсия нормальная 158
 — света 158
 Диссипативные силы 39
 Дифракционная решетка 167
 Дифракция 166
 Диффузия в газах 53
 — в жидкостях 53
 — в твердых телах 53
 Диэлектрическая проницаемость 88, 98
 Длина волны 147
 Добавочное сопротивление 114
 Домены (в ферромагнетиках) 133
 Дырки (носители тока в полупроводниках) 125
- Емкостное сопротивление 152

- Емкость в цепи переменного тока 151
- плоского конденсатора 104
- электрическая 104
- Жесткость 20
- Задерживающее напряжение (для фотоэффекта) 191
- Закон Авогадро 62
- Ампера 129
- Архимеда 46, 47
- Бойля–Мариотта 61
- Гей–Люссака 61
- Гука 20, 85
- Дальтона 62
- Джоуля–Ленца 117
- Кулона 88
- Ньютона второй 19
- Ньютона первый 18
- Ньютона третий 20
- Ома 112
- Ома в локальной форме 112
- Ома для неоднородного участка цепи 117
- Ома для однородного участка цепи 112
- Ома для полной цепи 115
- Ома обобщенный 117
- Паскаля 41
- Шарля 61
- всемирного тяготения 23
- движения 6
- отражения света 169
- преломления света 170
- прямолинейного распространения света 168
- радиоактивного распада 201
- сложения скоростей 14
- сложения скоростей в СТО 187
- сохранения заряда 87
- сохранения импульса 29
- сохранения механической энергии 36
- термодинамики второй 77
- электромагнитной индукции 134
- Столетова (для фотоэффекта) 187
- Законы отражения и преломления, вывод 159
- Заряд электрический 87
- элементарный 87, 89
- ядра 200
- Заряды связанные (на диэлектрике) 96
- Звуковые волны 148
- Идеальный газ 55
- Излучение (способ теплообмена) 66
- электромагнитных волн 154
- Изменение внутренней энергии идеального газа 75
- — — при нагревании (жидких и твердых тел) 71
- — — при переходе в др. агрегатное состояние 72
- механической энергии 38
- Изобарный процесс 61
- Изображение (в оптике) 168
- в плоском зеркале 169
- действительное 168
- мнимое 165
- формируемое преломляющей поверхностью 168
- Изотермический процесс 61
- Изотопы 200
- Изохорный процесс 61
- Импульс в СТО 188
- силы 28
- системы тел 28
- тела 28
- фотона 192
- Индуктивное сопротивление 152
- Индуктивность 137
- в цепи переменного тока 152
- Инертность 18
- Инерциальные системы отсчета 18
- Интенсивность волны 154

- Интерференция в тонких пленках 164
- Интерференция 160
- Инфразвук 148
- Ионизация атома (при газовом разряде) 122
- Искусственные спутники 25
- Испарение 67, 72
- Источник тока 116
- Камера Вильсона 202
- Капиллярные явления 83
- Карно цикл 78
- Катод (электронной лампы) 124
- Качение колеса без проскальзывания 17
- Кванты света 192
- Кельвин (единица температуры) 58
- Кельвина температурная шкала 58
- Килограмм (единица массы) 19
- Кинетическая энергия 33
- Кипение 81
- Клапейрона уравнение 62
- Когерентность волн 160
- Колебания вынужденные 145
- гармонические 139
- груза на пружине 141
- механические 139
- свободные 141
- Колебательный контур 148
- Количество вещества 55
- теплоты (теплота) 63, 65
- Коллектор (в транзисторе) 126
- Кольца Ньютона 165
- Конвекция 66
- Конденсаторы 104
- Конденсация 67, 68
- Консервативная система 35
- Консервативные силы 35
- Коэффициент поверхностного натяжения 82
- полезного действия тепловой машины 78
- размножения нейтронов 206
- трансформации (трансформатора) 153
- трения 22
- КПД источника тока 120
- трансформатора 153
- электродвигателя 120
- Красная граница фотоэффекта 192, 193
- Кристаллизация 67, 69
- Кристаллическая решетка 83
- Кристаллические твердые тела 83
- Критическая масса (для цепной реакции) 206
- температура 79
- Кулон (единица заряда) 89
- Кулона закон 88
- Лазеры 200
- Ламинарное течение 49
- Ленца правило 134
- Линза 175
- рассеивающая 176
- собирающая 176
- Линии индукции магнитного поля 128
- Лоренца сила 131
- Магнитная индукция (определение) 127
- постоянная 137
- проницаемость 132
- Магнитное поле 127
- — Земли 129
- — витка с током 128
- — внутри длинной катушки с током 129
- — постоянного магнита 129
- — прямого провода с током 128
- Магнитные полюса Земли 129
- Магнитный поток 133
- Максимальная мощность источника тока 120
- Максимально возможный КПД 78
- Малые колебания 142

- Манометр 45
 Масса 19
 — молярная 56
 Массовое число (ядра атома) 200
 Математический маятник 142
 Материальная точка 6
 Маятник Фуко 18
 Мгновенная мощность 33
 Мгновенная ось вращения 18
 — скорость 7
 Менделеева–Клапейрона уравнение 60
 Метод электростатических изображений 96
 Механическая работа 32
 Механические колебания 139
 Миллиметр ртутного столба 43
 Миражи 173
 Модель Бора для атома водорода 198
 Модуль Юнга 85
 Модуляция радиоволн 156
 Мошь (единица количества вещества) 55
 Молярная масса 56
 — теплоемкость 66
 Момент силы 26
 Мощность 33
 — излучения (электромагнитных волн) 155
 — средняя 33
 — сторонних сил 117
 Наклонная плоскость 22
 Намагниченность 132
 Напряжение (при деформации) 85
 — на конденсаторе 104
 — на участке цепи 117
 Напряженность поля точечного заряда 90
 — электрического поля 90
 — , связь с потенциалом 102
 Насыщенный пар 79
 Начальная фаза колебаний 139
 Невесомость 24
 Нейтрон 200
 Ненасыщенный пар 79
 Необратимость тепловых процессов 77
 Неоднородный участок цепи 116
 Неравномерное движение по окружности 16
 Неупругий удар 39
 Нормальная дисперсия 158
 Номинальная мощность 115
 Номинальное напряжение 115
 Нормальное ускорение 16
 Нормальной реакции сила 21
 Нуклоны 200
 Ньютон (единица силы) 19
 Обобщенный закон Ома 117
 Обратимый (равновесный) процесс 77
 Общий закон сохранения энергии 64
 Объединенный газовый закон 62
 Однородный участок цепи 112
 Ом (единица сопротивления) 112
 Оптическая длина пути 161
 Оптическая сила линзы 176
 Опыт Франка и Герца 198
 Опыты Резерфорда 196
 Основное состояние (атома водорода) 199
 Основное уравнение молек.-кинет. теории идеальных газов 56
 Основные положения молек.-кинет. теории 52
 Открытый колебательный контур 155
 Относительная влажность 81
 Относительность движения 13
 — одновременности в СТО 186
 — хода времени 186
 Пар 78
 — насыщенный 79
 — ненасыщенный 79
 Пара сил 26

- Параллельное соединение источников тока 118
 — — конденсаторов 105
 Парамагнетики 132
 Парциальное давление 62
 Паскаль (единица давления) 41
 Первая космическая скорость 25
 Первый закон Ньютона 18
 — — Фарадея для электролиза 122
 — — термодинамики 63
 Передача электрической энергии 153
 Перемещение 7
 Переход механической энергии во внутреннюю 71, 73
 Период вращения 15
 — колебаний 139
 — — в контуре (формула Томсона) 149
 — полураспада 201
 Плавание тел 48
 Плавление 67, 72
 Плазма 123
 Планетарная модель атома (модель Резерфорда) 197
 Пластические деформации 85
 Плечо силы 26
 Планка постоянная 192
 Плоскость поляризации электромагнитной волны 154
 Плотность тока 111
 — энергии электрического поля 109
 Поверхностная плотность заряда 91
 — энергия 82
 Поверхностное натяжение 82
 Позитрон (античастица электрона) 202
 Показатель преломления (абсолютный) 158
 — — относительный 170
 Поле заряженного кольца 101
 — потенциальное 98
 — равномерно заряженной плоскости 93
 — равномерно заряженной сферы 93
 — электрическое 89
 — электромагнитное 90
 — электростатическое 90
 Полная энергия 64
 Полное внутреннее отражение 173
 Полупроводники 124
 — чистые 125
 Поляризаторы 157
 Поляризация (света) 157
 — диэлектрика 96
 Поперечность электромагнитных волн 154
 Последовательное соединение источников тока 118
 — — конденсаторов 105
 Постоянная (дифракционной) решетки 167
 — Авогадро 55
 — Больцмана 88
 — Планка 192
 — Ридберга 199
 — Фарадея для электролиза 122
 — электрическая 89
 Постоянные магниты 133
 Построение изображения в линзе 177
 Постулаты Бора 197
 — СТО 185
 Поступательное движение твердого тела 17
 Потенциал 99
 — поля точечного заряда 100
 — проводника 103
 — проводящей сферы 103
 Потенциал, связь с напряженностью 102
 Потенциальная энергия 35
 — — взаимодействия двух точечных зарядов 101
 — — заряда во внешнем поле 99
 — — силы тяжести 36
 — — силы упругости 36
 — — системы зарядов 107
 Правило Ленца 134
 — квантования Бора 198

- левой руки 129
- Предельный угол полного отражения 174
- Примесные полупроводники 125
- Принцип Гюйгенса 159
- Гюйгенса–Френеля 155, 166
- относительности Галилея 18
- относительности Эйнштейна 185
- суперпозиции (для напряженности) 91
- — для потенциала 101
- Пробный заряд 90
- Проводники в электростатическом поле 94
- Протон 87, 200
- Процесс адиабатный 76
- изобарный 61
- изотермический 61
- изохорный 61
- Прямолинейное движение 8
- Пузырьковая камера 202
- Путь 6
- Работа в термодинамике 64
- выхода (электронов из металла) 193
- газа в изобарном процессе 75
- и теплота в циклическом процессе 76
- и энергия 32
- Равновесие материальной точки 25
- рычага 26
- тела с осью вращения 26
- Равновесное состояние 59
- Равнодействующая сила 20, 26
- Равномерное движение по окружности 15
- прямолинейное движение 9
- Равноускоренное движение 9
- — по окружности 16
- Радиоактивность 201
- Радиосвязь 155
- Радиотелефонная связь 156
- Радиус-вектор 6
- Размер ядра атома 197
- Размеры атомов и молекул 55
- Разность потенциалов 100
- — в однородном поле 100
- фаз колебаний точек волны 147
- Расширение газа в пустоту 77
- Реактивная сила 32
- Реактивное движение 32
- Реакция деления ядер 205
- Резонанс (в механических системах) 145
- в электрической цепи 152
- Результирующая сила 20
- Рекомбинация при газовом разряде 123
- Самоиндукция 137
- Сверхпроводимость 121
- высокотемпературная 122
- Световой вектор 157
- луч 167
- Свободное падение 11, 23
- Свободные заряды в проводниках 94
- колебания 141
- Связанные заряды на диэлектрике 96
- Сетка (электрод) 124
- Сила 19
- Ампера 129
- Архимеда (выталкивающая сила) 46
- Лоренца 131
- возвращающая 141
- гравитационная 23
- давления 21, 40
- натяжения нити 21
- нормальной реакции 21
- поверхностного натяжения 82
- равнодействующая 20
- тока средняя 110
- тока 110
- трения 21
- трения покоя 22
- трения скольжения 22
- тяжести 23
- упругости 20

- Силовые линии электрического поля 91
- Силы диссипативные 39
- природы 20
- Система отсчета 6
- Системы отсчета инерциальные 18
- Скорость (точки) 7
- звука 148
- мгновенная 7
- первая космическая 25
- распространения волны 147
- света 90
- средняя 7
- средняя путевая 7
- угловая 15
- Смачивание 83
- Собственная проводимость (чистых полупроводников) 125
- Соединение конденсаторов 105
- — параллельное 105
- — последовательное 103
- проводников параллельное 113
- — последовательное 113
- Сокращение длины движ. тела в СТО 187
- Сообщающиеся сосуды 44
- Сопротивление емкостное 152
- Сопротивление добавочное 114
- индуктивное 152
- провода с постоянным сечением 112
- проводника 112
- удельное 112
- Состав ядра 200
- Спектральный анализ 158
- Среднее давление 41
- Средняя мощность 33
- — в цепи переменного тока 151
- сила тока 110
- скорость 7
- скорость теплового движения 59
- Статика 25
- Сторонние силы 116
- Стоячие волны 161
- Сублимация 67
- Счетчик Гейгера 202
- Тангенциальное ускорение 16
- Твердое тело 17
- Твердые тела аморфные 83
- — кристаллические 83
- Текучесть жидкостей и газов 40
- Температура Кюри 133
- Температура 58
- в молек.-кинет. теории 57
- кипения 68 81
- критическая 79
- плавления 68
- Температурный коэффициент длины 86
- — объема 86
- — сопротивления 113
- Теорема единственности в электростатике 94
- о кинетической энергии 34
- Тепловое действие тока 114
- равновесие 57
- расширение 85
- Тепловые машины 77
- Теплоемкость газа при постоянном объеме 75
- Теплоемкость молярная 66
- тела 66
- удельная 66
- Теплоизолированная система 66, 69
- Теплообмен 63, 65
- Теплопроводность 65
- Теплота удельная парообразования 68
- — плавления 68
- фазового перехода 68
- Термодинамическая температура 59
- Термодинамические параметры 59
- Термометры 58
- Термоэлектронная эмиссия электронов 123
- Термоядерный синтез 206

- Тесла (единица магнитной индукции) 128
 Ток в вакууме 124
 — короткого замыкания 118
 Толстослойные фотоэмulsionи 202
 Точка росы 81
 Траектория 6
 Транзистор 126
 Трансформаторы 152
 Третий закон Ньютона 20
 Триод 124
 Трубка Торричелли 45
 Турбулентное течение 49
- Увеличение линзы 179
 Угловая скорость 15
 Угловое ускорение 16
 Удельная теплоемкость 66
 — газа при постоянном давлении 76
 — теплота парообразования 68
 — теплота плавления 68
 — теплота сгорания топлива 69
 Удельное сопротивление металла (в электронной теории) 121
 — сопротивление 112
 Ультразвук 148
 Универсальная газовая постоянная 59
 Упругие волны 146
 — деформации 85
 Упругий удар 37
 Упругости сила 20
 Уравнение
 — Бернулли 50
 — Клапейрона 62
 — Менделеева–Клапейрона 60
 — бегущей волны 147
 — гармонических колебаний 140
 — неразрывности 50
 — состояния 59
 — — идеального газа 60
 — — — в форме Больцмана 60
 — — — в форме Менделеева–Клапейрона 60
 — теплового баланса 69
- Эйнштейна (для фотоэффекта) 193
 Ускорение (точки) 8
 — нормальное 16
 — свободного падения 23
 — тангенциальное 16
 — угловое 16
 — центростремительное 15
- Фаза колебаний 139
 Фарада (единица емкости) 104
 Феноменологический подход 71
 Ферромагнетики 132
 Фокальная плоскость линзы 177
 Фокусное расстояние линзы 176
 Формула Томсона (для периода колебаний в контуре) 149
 — Эйнштейна для связи энергии и массы 190
 — линзы 178
 Фотоны (кванты света) 192
 Фотоэффект 191
- Химический эквивалент вещества 122
 Ход лучей в призме 174
 Холодильная машина (холодильник) 78
- Цельсия температурная шкала 58
 Центр масс 30
 — тяжести 27, 31
 Центростремительное ускорение 15
 Цепная реакция 206
 Цикл Карно 78
 Циклическая частота колебаний 139
- Частота вращения 15
 — колебаний 139
 Чистые полупроводники 125
- Шкала электромагнитных волн 155

- Шунтирование 114
- ЭДС индукции 134
 — самоиндукции 137
 Эквипотенциальные поверхности 100
 Электрическая емкость 104
 — постоянная 89
 Электрический заряд 87
 — ток в газах 122
 — — в жидкостях 122
 Электрическое поле 89
 — — вихревое 136
 Электродвижущая сила (ЭДС) 116
 Электролиз 122
 Электролитическая диссоциация 122
 Электролиты 122
 Электромагнитная волна 154
 — индукция 133
 Электромагнитное поле 90
 Электрон 87
 Электронвольт (внесистемная единица энергии) 125
 Электронная проводимость металлов 121
 Электронно-лучевая трубка 124
 Электростатика 88
- Электростатическая индукция 95
 Электростатическое поле 90
 Электрохимический эквивалент вещества 122
 Элементарный заряд 87, 89
 Эмиттер (в транзисторе) 126
 Энергия внутренняя 63, 70
 — ионизации атома водорода 199
 — кинетическая 33
 — колебаний 143
 — колебательного контура 149
 — конденсатора 108
 — магнитного поля 138
 — механическая 36
 — поверхностная 82
 — покоя 189
 — потенциальная 35
 — проводника 108
 — связи ядра 202
 — системы зарядов 105
 — частицы в СТО 188
 Эффективная жесткость 144
 — масса 144
- Юнга модуль 85
- Ядерные реакции 204