

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**Российский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Первый проректор по учебной работе**

**Кошелев В.Н.**

**«\_\_\_\_» 20\_\_\_\_ г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

**Направление**

**151000 «Технологические машины и оборудование»**

**Профили подготовки**

**«Оборудование нефтегазопереработки»**

**«Морские нефтегазовые сооружения»**

**«Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов»**

**Квалификация выпускника**

**Бакалавр**

**Форма обучения**

**Очная**

**Москва**

## **1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

«Теоретическая механика» – фундаментальная естественнонаучная дисциплина, лежащая в основе современного подхода к изучению явлений природы, широко применяемая в различных отраслях техники (авиации, космонавтике, нефтегазопромысловом деле, машиностроении, приборостроении и т.п.) и содействующая развитию эффективных технологий.

Теоретическая механика занимается общими закономерностями механических движений материальных тел и силовых взаимодействий между ними, а также взаимодействие тел с физическими полями. Изучение теоретической механики способствует развитию абстрактного мышления, формированию системы фундаментальных знаний, позволяющих будущему специалисту строить логически обоснованные модели изучаемых явлений и процессов использовать на практике приобретённые им базовые знания. Самостоятельно, используя современные образовательные и информационные технологии, овладевать новой методологией научного анализа проблем, с которыми ему придётся столкнуться в производственной и научной деятельности.

Целью теоретической механики являются:

- изучение общей теории о совокупности сил, приложенных к материальным телам, и об основных операциях над силами, позволяющих приводить совокупности их к наиболее простому виду, выводить условия равновесия материальных тел, находящихся под действием заданной совокупности сил, и определять реакции связей, наложенных на данное материальное тело;

- изучение способов количественного описания существующих движений материальных тел в отрыве от силовых взаимодействий их с другими телами или физическими полями, таких как орбитальные движения небесных тел, искусственных спутников Земли, колебательные движения (вибрации) в широком их диапазоне – от вибраций в машинах и фундаментах, качки кораблей на волнении, колебаний самолетов в воздухе, тепловозов, электровозов, вагонов и других транспортных средств, до колебаний в приборах управления.

- изучение движения материальных тел в связи с механическими взаимодействиями между ними, основываясь на законах сложения сил, правилах приведения сложных их совокупностей к простейшему виду и приемах описания движений, установление законов связи действующих сил с кинематическими характеристиками движений и применение этих законов для построения и исследования механико-математических моделей, адекватно описывающих разнообразные механические явления.

При изучении теоретической механики вырабатываются навыки практического использования методов, предназначенных для математического моделирования движения систем твёрдых тел.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО**

Дисциплина «Теоретическая механика» представляет собой фундаментальную дисциплину математического и естественнонаучного цикла дисциплин.

На материале теоретической механики базируются такие общетехнические и специальные дисциплины, как «Сопротивление материалов», «Механика жидкости и газа», «Теория механизмов и машин», «Детали машин», «Строительная механика», «Теория упругости и пластичности», «Механика грунтов» и др.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.**

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общекультурные компетенции:

- способен на научной основе организовывать свой труд, оценивать с большой степенью самостоятельности результаты своей деятельности, владеть навыками самостоятельной работы (ОК-6);
- способен к приобретению с большой степенью самостоятельности новых знаний с использованием современных образовательных и информационных технологий (ОК-7);
- способен к целенаправленному применению базовых знаний в области математических, естественных, гуманитарных и экономических наук в профессиональной деятельности (ОК-9);
- обладает достаточными для профессиональной деятельности навыками работы с персональным компьютером (ОК-13).

В итоге изучения курса студент должен демонстрировать следующие результаты образования:

### **Студент должен знать:**

- методы преобразования совокупности сил, приложенных к материальным телам, и приведения данной совокупности сил к простейшему виду (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13);
- методы количественного описания существующих движений материальных тел в отрыве от силовых взаимодействий их с другими телами или физическими полями (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13);
- методы количественного описания движения материальных тел в связи с механическими взаимодействиями между ними, основываясь на законах сложения сил, правилах приведения сложных их совокупностей к простейшему виду и приемах описания движений (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13);
- способы установление законов связи действующих сил с кинематическими характеристиками движений и применение этих законов

для построения и исследования механико-математических моделей, адекватно описывающих разнообразные механические явления (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13).

**Студент должен уметь:**

- логически обосновывать выбор механико-математической модели изучаемых явлений и процессов (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13);
- составлять уравнения равновесия и определять реакции связей, наложенных на данное материальное тело (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13);
- проводить динамический анализ работы различных механических систем и механизмов (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13).

**Студент должен владеть:**

- современной методологией научного анализа исследуемых механических систем и технологических процессов (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13);
- методикой разработки механико-математических моделей исследуемых явлений (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13);
- методами решения механико-математических задач, возникающих при моделировании, проектировании, сооружении и эксплуатации нефтегазового оборудования (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13).

#### **4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Общая трудоемкость дисциплины составляет **7** зачетных единицы, **252** часа.

№ п/п	Разделы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Коды компетенций	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Л	ЛР	ПЗ (С)	СР		
1	Статика	2	1-8	16		8	24	ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13	3 нед.-РГДЗ №1 4 нед.-контр. работа 5 нед.-РГДЗ №2 6 нед.-РГДЗ №3 8 нед.-коллоквиум
2	Кинематика	2	9- 17	18		9	25	ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13	10 нед.-контр. работа 11 нед.-РГДЗ №1 13 нед.-РГДЗ №2 14 нед.-РГДЗ №3 16 нед.-коллоквиум <b>экзамен</b>
3	Динамика	3	1- 18	36		18	49	ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13	3 нед.-контр. работа №1 5 нед.-РГДЗ №1 7 нед.-контр. работа №2 9 нед.-коллоквиум №1 11 нед.-контр. работа №3 13 нед.-РГДЗ №2 15 нед.-РГДЗ №3 17 нед.-коллоквиум №2 <b>экзамен</b>
4	Динамика (курсовая работа)	4	1- 17				49	ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13	<b>диф. зачет</b>

Л – лекции, ЛР – лабораторные работы, ПЗ – практические занятия, С – семинары, СР – самостоятельная работа, КР – контрольные работы

## **4.1. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Введение**

Теоретическая механика, как отрасль научных знаний, определяющая диалектический метод изучения механического движения материальных объектов в пространстве с течением времени, наука об общих законах движения и равновесия материальных тел и о возникающих при этом взаимодействиях между телами называется. Теоретическая механика – одна из научных основ современных технических дисциплин, так как в большинстве своем все они базируются на законах и методах теоретической механики.

### **Раздел 1. Статика**

1. Основные понятия и определения статики. Аксиомы статики. Связи и их реакции. Простейшие теоремы статики: теорема о переносе силы вдоль линии действия; теорема о трех уравновешенных силах. Система сходящихся сил. Приведение системы сходящихся сил к равнодействующей. Аналитическое вычисление равнодействующей. Условия равновесия системы сходящихся сил в векторной и аналитической форме.
2. Момент силы относительно точки. Векторный момент силы относительно точки. Момент силы относительно оси. Связь момента силы относительно оси и моментом силы относительно любой точки, лежащей на этой оси. Аналитические выражения моментов силы относительно декартовых координатных осей. Сложение двух параллельных и антипараллельных сил.
3. Пара сил. Алгебраический момент пары сил. Векторный момент пары сил. Теорема об эквивалентности двух пар сил, лежащих в одной плоскости. Теорема о переносе пары сил в плоскость параллельную ее плоскости действия. Теорема о сумме моментов сил, образующих пару. Сложение пар сил, лежащих в пересекающихся плоскостях. Условия равновесия системы пар сил. Эквивалентность пар сил
4. Лемма о параллельном переносе силы (лемма Пуансо). Приведение произвольной пространственной системы сил к главному вектору и главному моменту. Аналитический способ определения главного вектора и главного момента системы сил. Изменение главного момента при изменении центра приведения. Инварианты произвольной пространственной системы сил.
5. Приведение произвольной системы сил к динамическому винту. Частные случаи приведения произвольной пространственной системы сил к равнодействующей или паре сил. Теорема Вариньона. Условия равновесия произвольной пространственной системы сил.
6. Частные случаи условий равновесия произвольной пространственной системы сил. Различные формы условий равновесия произвольной плоской системы сил.
7. Центр параллельных сил. Центр тяжести системы материальных точек. Центр тяжести неоднородного тела. Определение координат центра

тяжести однородных тел. Примеры определения координат центра тяжести однородных тел простейшей формы.

8. Трение скольжения и трение качения. Особенности решения задач статики с учетом сил трения.

## Раздел 2. Кинематика

1. Введение в кинематику. Предмет и задачи кинематики. Система отсчета. Способы задания движения точки. Векторный способ задания движения. Вектор скорости и ускорения точки при векторном способе задания движения.
2. Координатный способ задания движения. Определение скорости и ускорения точки при координатном способе задания движения. Естественный способ задания движения. Естественный координатный трехгранники естественные координатные оси.
3. Скорость и ускорение точки при естественном способе задания движения. Связь между координатным и естественным способами задания движения. Теорема о проекциях скоростей двух точек твердого тела на прямую, соединяющую эти точки. Поступательное движение твердого тела и его свойства. Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси. Угловая скорость и угловое ускорение тела. Вектор угловой скорости и углового ускорения.
4. Скорости и ускорения точек тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Векторные формулы для определения скоростей и ускорений точек твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Сложное движение точки в случае поступательного переносного движения. Сложение скоростей и ускорений точки при поступательном переносном движении.
5. Основы кинематического анализа механизмов. Плоскопараллельное движение твердого тела. Уравнения плоскопараллельного движения. Геометрическое рассмотрение плоскопараллельного движения. Теоремы о перемещениях плоской фигуры. Кинематические характеристики плоского движения. Угловая скорость и угловое ускорение. Скорости точек плоской фигуры. Формула распределения скоростей точек плоской фигуры.
6. Определение скоростей точек плоской фигуры с помощью мгновенного центра скоростей. Частные случаи определения положения мгновенного центра скоростей. Понятие о центроидах. Ускорение точек плоской фигуры. Формула распределения ускорений. Мгновенный центр ускорений. Частные случаи определения положения мгновенного центра ускорений.
7. Движение твердого тела с одной неподвижной точкой. Уравнения движения. Геометрическое рассмотрение сферического движения. Теорема Эйлера-Даламбера. Мгновенная ось вращения. Аксиды. Кинематические характеристики сферического движения. Угловая скорость и угловое ускорение. Скорости точек тела при сферическом движении. Распределение ускорений точек тела при сферическом движении. Общий случай движения свободного твердого тела.

Разложение движения свободного твердого тела на поступательное и сферическое. Уравнения движения свободного твердого тела. Скорости и ускорения точек в общем случае движения свободного твердого тела.

8. Формула Бура. Сложное движение точки в общем случае. Основные понятия и определения. Теорема о сложении скоростей в сложном движении точки. Теорема о сложении ускорений в общем случае сложного движения точки. Ускорение Кориолиса и анализ формулы его определяющей.
9. Сложное движение твердого тела. Сложение поступательных движений. Сложение вращений твердого тела вокруг пересекающихся осей. Пара вращений твердого тела вокруг параллельных осей. Различные случаи сложения поступательного и вращательного движений твердого тела. Винтовое движение. Статико-кинематические аналогии.

### **Раздел 3. Динамика**

1. Основные понятия и законы динамики. Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки в векторной форме и в проекциях на декартовы и естественные оси. Математическая постановка и решение двух основных задач динамики точки. Движение материальной точки, брошенной под углом к горизонту.
2. Прямолинейное движение материальной точки. Дифференциальное уравнение прямолинейного движения. Интегрирование дифференциального уравнения прямолинейного движения точки. Падение тела в сопротивляющейся среде. Движение несвободной материальной точки.
3. Механическая система. Центр масс системы. Классификация сил действующих на систему. Дифференциальные уравнения движения механической системы. Моменты инерции. Примеры вычисления моментов инерции. Зависимость между моментами инерции относительно параллельных осей. Момент инерции относительно произвольной оси, проходящей через заданную точку.
4. Количество движения точки и механической системы. Элементарный и полный импульс силы. Теорема о количестве движения точки. Теорема о количестве движения механической системы. Законы сохранения количества движения механической системы. Теорема о движении центра масс механической системы. Закон сохранения движения масс.
5. Движение точки (тела) переменной массы. Дифференциальное уравнение движения точки переменной массы (уравнение Мещерского). Задачи Циолковского и их анализ.
6. Момент количества движения точки и главный момент количества движения механической системы. Теорема о моменте количества движения материальной точки. Теорема о главном моменте количества движения механической системы. Теорема о главном моменте количества движения механической системы относительно центра масс. Законы сохранения главных моментов количества движения системы. Главный момент количества движения твердого тела относительно оси вращения. Дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела.

7. Элементарная и полная работа силы. Мощность. Работа силы, приложенной к твердому телу при различных случаях его движения. Работа внутренних сил, приложенных к твердому телу. Кинетическая энергия точки и механической системы. Теорема Кенига. Вычисление кинетической энергии твердого тела в различных случаях его движения. Теоремы о кинетической энергии материальной точки и механической системы. Примеры решения задач.
8. Потенциальное силовое поле и силовая функция. Поверхности уровня потенциального силового поля и их свойства. Потенциальная энергия. Примеры вычисления силовых функций. Силовая функция и потенциальная энергия системы. Закон сохранения полной механической энергии.
9. Принцип Даламбера. Силы инерции. Принцип Даламбера для механической системы. Главный вектор и главный момент сил инерции. Частные случаи приведения сил инерции твердого тела в различных случаях его движения. Определение динамических реакций при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси.
10. Основы аналитической механики. Классификация связей. Обобщенные координаты. Возможные перемещения. Возможная работа силы. Идеальные связи. Обобщенные силы.
11. Принцип возможных перемещений. Условия равновесия механической системы в обобщенных координатах.
12. Принцип Даламбера-Лагранжа. Общее уравнение динамики.
13. Уравнения Лагранжа II рода.
14. Основы теории малых колебаний около положения устойчивого равновесия. Теорема Лагранжа-Дирихле. Кинетическая и потенциальная энергия системы с одной степенью свободы при малых отклонениях от положения устойчивого равновесия. Свободные колебания механической системы с одной степенью свободы. Дифференциальное уравнение собственных линейных колебаний системы и его интегрирование.
15. Влияние линейного сопротивления на малые собственные колебания системы с одной степенью свободы. Линейное сопротивление и диссипативная функция. Дифференциальное уравнение малых собственных колебаний механической системы при действии линейного сопротивления и его интегрирование
16. Вынужденные колебания механической системы с одной степенью свободы без учета сопротивления.
17. Явление удара. Ударная сила и ударный импульс. Основные понятия и допущения элементарной теории удара. Основное уравнение теории удара. Прямой центральный удар тела о неподвижную поверхность. Опытное определение коэффициента восстановления.
18. Прямой центральный удар двух тел. Теорема Карно. Действие удара на твердое тело, вращающееся вокруг оси. Условия отсутствия ударных реакций. Центр удара и определение его положения.

## 4.2 ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

## Раздел 1. Статика (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13).

1. Связи и их реакции. Равновесие тела под действием системы сходящихся сил на плоскости и равновесие тела под действием произвольной плоской системы.
2. Равновесие сочлененных тел под действием произвольной плоской системы сил.
3. Приведение системы сил к центру.
4. Определение сил реакций связей в случае произвольной пространственной системы сил.

## Раздел 2. Кинематика (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13).

1. Кинематика точки. Определение траектории, скорости, ускорения и радиуса кривизны.
2. Вращательное движение твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение. Равномерное и равнопеременное вращательное движение. Определение скоростей и ускорений точек тела.
3. Плоскопараллельное движение тела. Определение угловой скорости и скоростей точек тела различными способами.
4. Плоскопараллельное движение тела. Определение ускорений точек тела различными способами.
5. Определение скоростей точек тела при сферическом движении.
6. Сложное движение точки. Определение скорости и ускорения.

## Раздел 3. Динамика (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13).

1. Прямолинейное движение материальной точки. Решение первой и второй задач динамики.
2. Динамика относительного движения точки.
3. Теорема об изменении количества движения и теорема о движении центра масс механической системы.
4. Теорема об изменении момента количества движения механической системы и дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела.
5. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы.
6. Метод кинетостатики.
7. Принцип возможных перемещений.
8. Общее уравнение динамики.

9. Уравнение Лагранжа II рода и малые колебания механической системы с одной степенью свободы.

10. Элементарная теория удара.

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины «Теоретическая механика» используются различные образовательные технологии:

- при чтении лекций используется мультимедийные технологии и различные наглядные приборы;
- практические занятия проводятся с использованием наглядных приборов, компьютерных классов (компьютерное моделирование);
- самостоятельная работа студентов предусматривает работу под руководством преподавателей в виде консультаций, а также предполагает использование фондов научно-технической библиотеки, современных информационных технологий с привлечением компьютера как средства управления информацией.

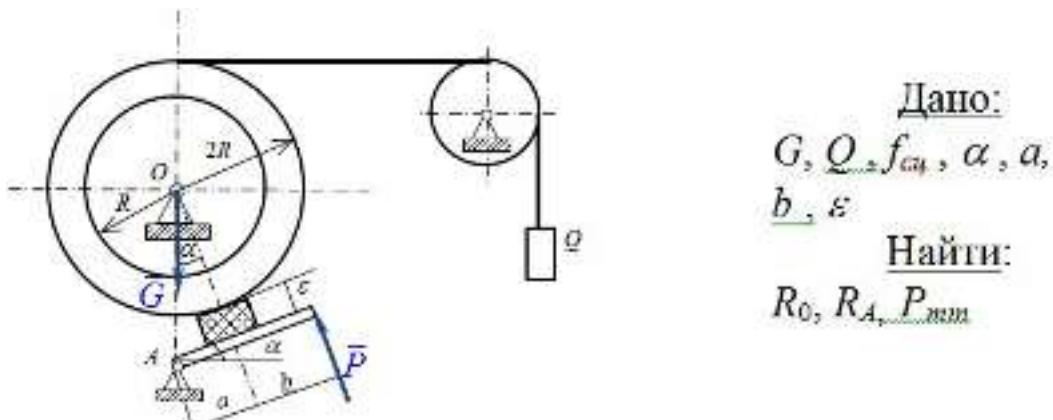
## 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В течение преподавания курса «Теоретическая механика» в качестве формы текущей аттестации студентов используются собеседования при приеме расчетно-графических работ, коллоквиумы, контрольные работы, проверка домашнего задания, тестирование. По итогам обучения проводится зачет и экзамен.

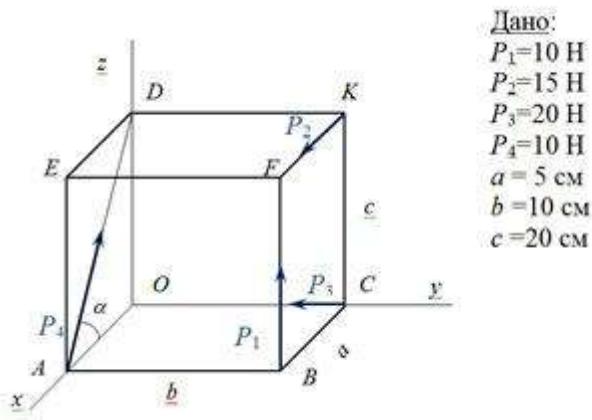
## ПРИМЕРЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

Раздел 1 (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

1. Равновесие сил с учетом сцепления (трения покоя).

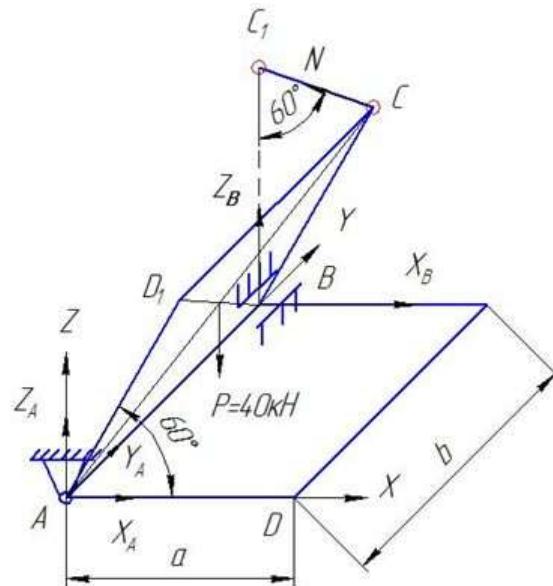


## 2. Приведение системы сил к простейшему виду.



Привести систему четырех сил к простейшему виду.

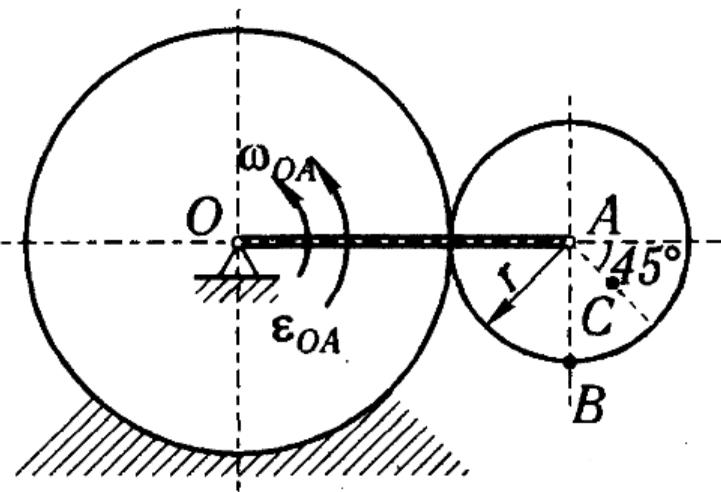
## 3. Определение реакций опор твердого тела.



Дано:  $P=40 \text{ кН}$ ;  $AD=AD_1$ . Определить реакции опор.

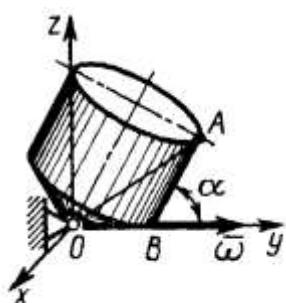
Раздел 2 (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

## 1. Кинематический анализ плоского механизма.



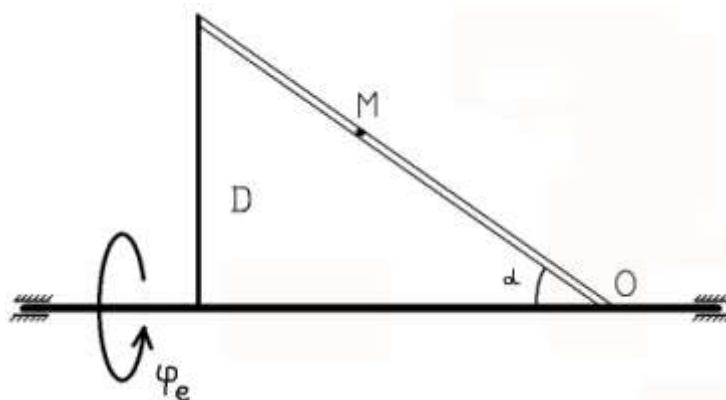
Дано:  $OA = 40 \text{ см}$ ,  $r = 15 \text{ см}$ ,  $AC = 8 \text{ см}$ ;  $\omega_{OA} = 2 \text{ рад/с}$ ,  $\epsilon_{OA} = 2 \text{ рад/с}^2$ . Найти для заданного положения механизма скорости и ускорения точек В и С, а также угловую скорость и угловое ускорение звена, которому эти точки принадлежат.

2. Определение скоростей точек тела, движущегося около неподвижной точки.



Тело вращается вокруг неподвижной точки  $O$ , катясь по плоскости  $Oxy$  с угловой скоростью  $\omega = 1 \text{ рад/с}$ . Определить скорость точки  $A$ , если расстояние  $OA = 0,5 \text{ м}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $OB = AB$ .

3. Исследование кинематики сложного движения точки с применением ЭВМ.

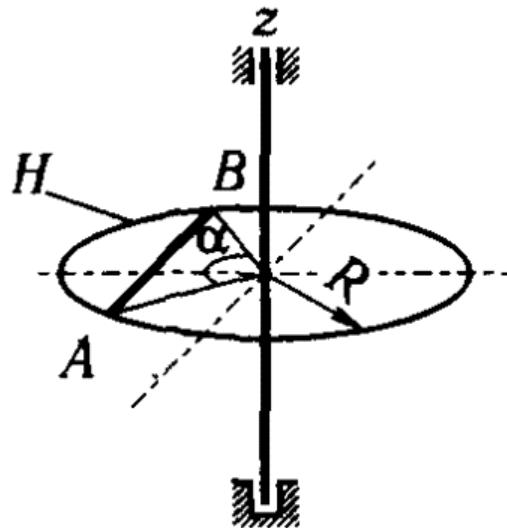


Точка  $M$  движется относительно тела  $D$ . По заданным уравнениям относительного движения точки  $M$  и движения тела  $D$  определить для момента времени  $t = t_1$  абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки  $M$ . Исходные данные приведены в таблице:

Уравнение относительного движения точки $M$ $OM=S_r=S_r(t), \text{ см.}$	Уравнение движения тела $\varphi_e = \varphi_e(t), \text{ рад}$	$t_1,$ с	$\alpha,$ град
$6(t+0,5t^2)$	$t^3 - 5t$	2	30

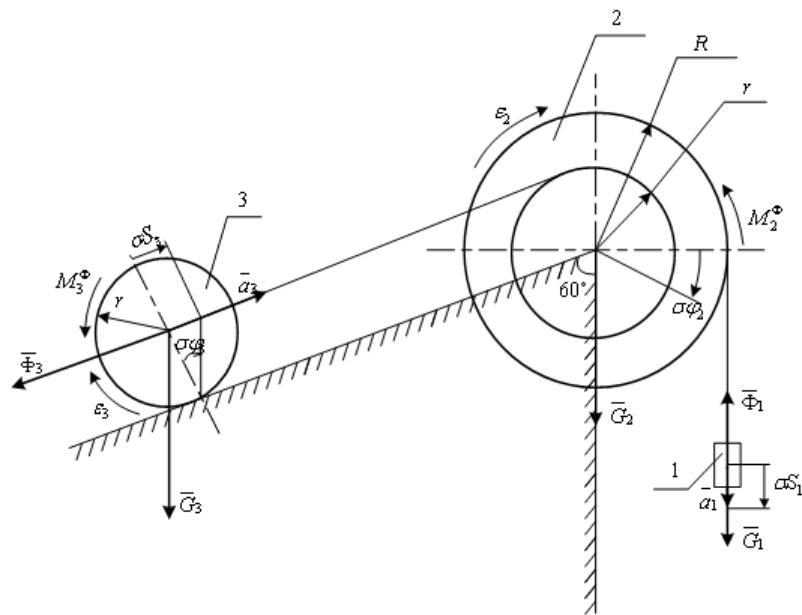
### Раздел 3 (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

1. Применение теоремы об изменении кинетического момента к определению угловой скорости твердого тела.



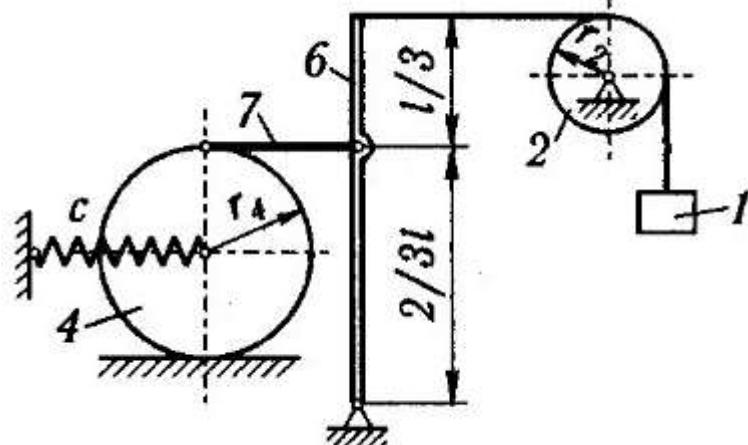
Дано:  $m_1=200 \text{ кг}; m_2=60 \text{ кг}; \omega_0=-2 \text{ рад/с}, R=2 \text{ м}; \alpha=120 \text{ град}; AO=3^{1/2}/2 \text{ м}; M_z=M_z(t)=101 \text{ Н}\cdot\text{м}; \tau=5 \text{ с}; OK=s=s(t_1)=3^{1/2} (t_1)^2; T=1 \text{ с}.$  Определить угловую скорость  $\omega_t$  тела  $H$  в момент  $t=\tau$ . Определить угловую скорость  $\omega_T$  тела  $H$  при  $t_1=T$ .

2. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы с одной степенью свободы.



Дано:  $G_1 = G$ ,  $G_2 = G$ ,  $G_3 = G$ ,  $G = mg$ ,  $R = 2r$ ,  $R_3 = r$ ,  $i_2 = 1,5r$ .  
Определить:  $a_1$ ,  $T_1$ .

3. Исследование движения механической системы с использованием ЭВМ.



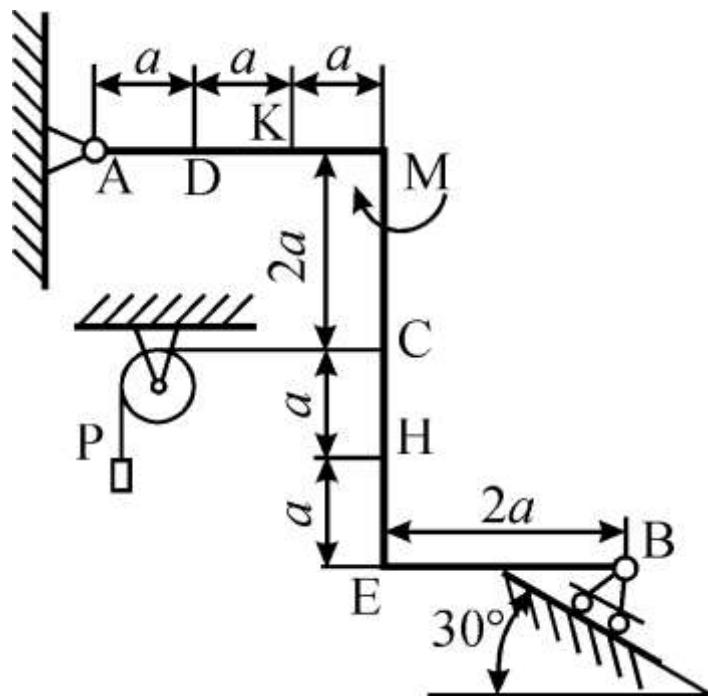
Определить частоту и период малых свободных колебаний механической системы с одной степенью свободы, пренебрегая силами сопротивления и массами нитей.

Найти уравнение движения груза 1  $y = y(t)$ , приняв за начало отсчета положение покоя груза 1 (при статической деформации пружин). Найти также амплитуду колебаний груза 1.

## ПРИМЕРЫ ВАРИАНТОВ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Раздел 1 (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

Равновесие плоской системы сил



Дано:  $P = 25 \text{ кН}$ ,  $M = 100 \text{ кНм}$ ,  $a = 1 \text{ м}$ . Определить реакции опор.

## Раздел 2 (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

## Кинематика точки

Даны уравнения движения точки в плоскости  $xy$ :

$$x = -2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 3, \quad y = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) - 1$$

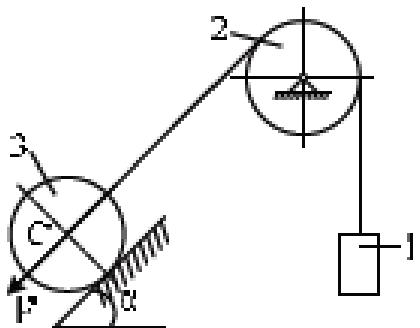
( $x$ ,  $y$  - в сантиметрах,  $t$  - в секундах). Определить уравнение траектории точки; для момента времени  $t_1=1\text{с}$  найти скорость и ускорение точки, а также её касательное ускорение и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

### Раздел 3 (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

## 1. Интегрирование дифференциального уравнения прямолинейного движения точки

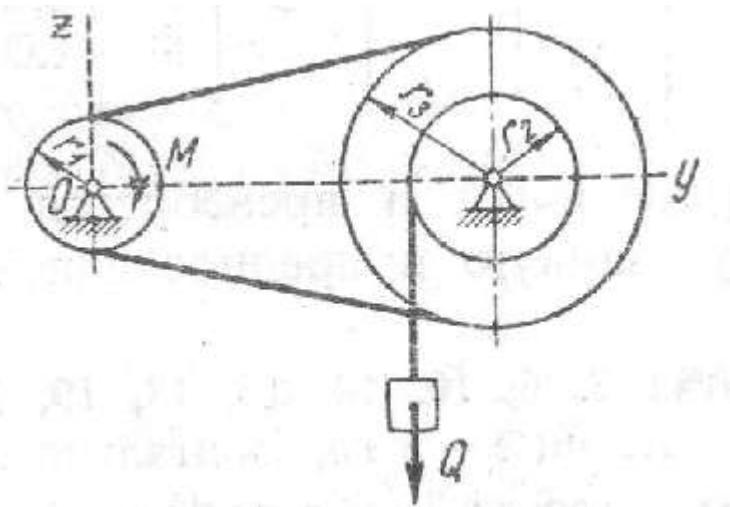
Материальная точка массы  $m$  совершает прямолинейное движение под действием силы, изменяющейся по закону  $F=F_0 \cos \omega t$ , где  $F_0$  и  $\omega$  — постоянные величины. В начальный момент точка имела скорость  $x'_0=v_0$ . Найти закон движения точки.

## 2. Теорема об изменении кинетической энергии системы



Для механической системы, которая приходит в движение из состояния покоя, определить скорость  $V_1$  как функцию вертикальной координаты груза 1. Считать, что у блока и катка массы распределены по наружному радиусу. Нить считать невесомой и нерастяжимой; проскальзывание отсутствует. Трением качения и трением скольжения пренебречь.  $m_3 = m_2 = 2m_1$ .  $F = m_1 g$ .

### 3. Принцип возможных перемещений



Дано:  $M = 80 \text{ Нм}$ ,  $r_1 = 0,2\text{м}$ ,  $r_2 = 0,3\text{м}$ ,  $r_3 = 0,5\text{м}$ . Найти силу  $Q$ .

## ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ КУРСОВЫХ РАБОТ

1. Исследование динамики относительного движения точки.
2. Исследование динамики движения механической системы.
3. Свободные колебания консервативной системы с двумя степенями свободы.

**Примерные вопросы для контроля освоения дисциплины  
(собеседования при приеме расчетно-графических работ, коллоквиумы)**

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО СТАТИКЕ (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

4. Сформулируйте аксиомы статики.

5. Дайте определения равнодействующей и уравновешивающей произвольной системы сил.
6. Какая система сил называется сходящейся?
7. Как определить равнодействующую системы сходящихся сил?
8. Запишите и сформулируйте условия равновесия системы сходящихся сил в векторной форме, а также в проекциях на оси декартовой системы координат.
9. Сформулируйте теорему о трех уравновешенных силах.
10. Дайте определение алгебраической величины момента силы относительно некоторого центра.
11. Запишите векторное выражение момента силы относительно некоторого центра.
12. Почему для плоской системы сил нет необходимости придавать векторный смысл моменту силы?
13. Дайте определение момента силы относительно оси и укажите способы его нахождения.
14. В каких случаях момент силы относительно оси равен нулю?
15. Какова связь между моментом силы относительно оси и моментом силы относительно любой точки, лежащей на этой оси.
16. Дайте определение пары сил.
17. Дайте определения момента пары сил. Как направлен вектор-момент пары.
18. Сформулируйте теоремы об эквивалентности и сложении пар.
19. Сформулируйте лемму о параллельном переносе силы.
20. Дайте определение главного вектора и главного момента произвольной пространственной системы сил.
21. Чем отличается главный вектор от равнодействующей произвольной системы сил.
22. Напишите аналитические выражения для главного вектора и главного момента.
23. Объяснить, как взаимно расположены главный вектор и главный момент произвольной плоской системы сил.
24. Сформулируйте основную теорему статики (о приведении произвольной пространственной системы сил к заданному центру).
25. Напишите и сформулируйте условия равновесия произвольной пространственной системы сил в векторной и аналитической формах.
26. Напишите и сформулируйте условия равновесия пространственной системы параллельных сил.
27. Сформулируйте необходимые и достаточные условия равновесия произвольной плоской системы сил?
28. Напишите и сформулируйте три формы условий равновесия произвольной плоской системы сил.
29. Какие статические инварианты Вам известны?
30. Каков геометрический смысл второго инварианта.
31. Как изменяется главный момент системы сил при изменении центра приведения?
32. Какая совокупность сил называется динамическим винтом.

33. Как должны быть взаимно расположены главный вектор и главный момент системы сил для того, чтобы она приводилась к динамическому винту?
34. Как должны быть взаимно расположены главный вектор и главный момент системы сил для того, чтобы она приводилась к равнодействующей?
35. Что представляет собой геометрическое место точек пространства, в которых система сил приводится к динамическому винту?
36. В каком случае пространственная система сил приводится к паре сил?
37. Если система сил приводится к равнодействующей, в каких точках пространства это имеет место?
38. Дайте определение центра параллельных сил.
39. Дайте определение цента тяжести. Какие способы определения координат центра тяжести Вы знаете.
40. В чем состоит метод отрицательных масс, и метод разбиения на части при определении координат центра тяжести.
41. Дайте определение силы трения скольжения.
42. Сформулируйте определение момента трения качения.
43. Какова размерность коэффициента трения качения.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО КИНЕМАТИКЕ (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

1. Какие способы задания движения точки применяются в кинематике и в чем они состоят?
2. Какая зависимость существует между радиус-вектором движущейся точки и вектором скорости этой точки?
3. Как направлен вектор скорости криволинейного движения точки по отношению к её траектории?
4. Как определяется скорость точки при координатном способе задания движения?
5. Какая зависимость существует между радиус-вектором движущейся точки и вектором ускорения точки?
6. Как направлен вектор ускорения криволинейного движения точки по отношению к её траектории, в какой плоскости он лежит?
7. Как определяется ускорение точки при координатном способе задания движения?
8. Какие оси называются естественными осями координат?
9. Дайте определение нормальной и соприкасающейся плоскости. Изобразите их на чертеже.
10. Чему равны проекции вектора скорости точки на естественные оси?
11. Чему равны проекции вектора ускорения точки на естественные оси?
12. Напишите формулу для определения касательного ускорения точки, укажите в каких случаях оно равно нулю? Что характеризует касательное ускорение точки.
13. Напишите формулу для определения нормального ускорения точки, укажите в каких случаях оно равно нулю? Что характеризует нормальное ускорение точки.

14. Можно ли утверждать в общем случае, что в те моменты, когда скорость точки равна нулю, её ускорение также обязательно равно нулю?
15. Какое движение твердого тела называется поступательным?
16. Перечислите свойства поступательного движения твердого тела.
17. Какое движение твердого тела называется движением вокруг неподвижной оси?
18. Что называется угловой скоростью и угловым ускорением тела? Напишите формулы для их вычисления.
19. Какое вращение твердого тела называется равномерным, какое равномерно-переменным?
20. Запишите законы равномерного и равнопеременного вращательного движения твердого тела.
21. Какая зависимость существует между угловой скоростью вращающегося тела и числом его оборотов в минуту?
22. Как изображается угловая скорость тела в виде вектора, как этот вектор направлен?
23. Как выражается зависимость между угловой скоростью вращающегося тела и линейной скоростью какой-нибудь точки этого тела?
24. Как выражаются касательное и нормальное ускорения точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
25. Напишите векторные формулы для скоростей и ускорений точек тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.
26. Какое движение твердого тела называется плоским, или плоскопараллельным?
27. Сформулируйте теоремы о перемещениях плоской фигуры.
28. Как определить скорость точки плоской фигуры с помощью формулы распределения скоростей?
29. Что называется мгновенным центром скоростей? Каковы способы его нахождения?
30. Как определить скорость точки плоской фигуры с помощью мгновенного центра скоростей?
31. Как определить скорость точки плоской фигуры с помощью теоремы о проекциях скоростей концов отрезка на направление этого отрезка?
32. Каковы будут скорости точек плоской фигуры в том случае, когда мгновенный центр скоростей этой фигуры окажется в бесконечности?
33. Как определить ускорение точки плоской фигуры с помощью формулы распределения ускорений?
34. Что называется мгновенным центром ускорений плоской фигуры, движущейся в своей плоскости?
35. Как можно найти положение мгновенного центра ускорений плоской фигуры, движущейся в своей плоскости?
36. Какое движение твердого тела называется сферическим движением?
37. В чем состоит теорема о перемещении твердого тела, имеющего одну неподвижную точку?
38. Что называется мгновенной осью вращения твердого тела, имеющего одну неподвижную точку?

39. Как направлен вектор углового ускорения тела, имеющего одну неподвижную точку?
40. Какое движение точки называется относительным? Какое — переносным?
41. Какое движение точки называется абсолютным, или составным?
42. Какая скорость точки называется относительной? Какая — переносной?
43. В чем состоит теорема о сложении скоростей?
44. Какое ускорение точки называется относительным? Какое — переносным?
45. В чем состоит теорема о сложении ускорений точки в том случае, когда переносное движение является произвольным?
46. Запишите формулу для определения величины кориолисова ускорения.
47. Сформулируйте правило определения направления кориолисова ускорения.
48. В каких случаях поворотное, или кориолисово, ускорение точки равно нулю?
49. Какое движение твердого тела называется винтовым?
50. Какое результирующее движение двух вращений относительно параллельных осей?
51. Какое результирующее движение двух вращений относительно пересекающихся осей?
52. Какому движению эквивалентна пара вращений? Чему равна скорость этого движения?

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИНАМИКЕ (ОК-6, ОК-7, ОК-9, ОК-13)

1. Напишите в векторном виде основное уравнение динамики точки. Сформулируйте второй закон Ньютона.
2. В чем заключаются первая и вторая задачи динамики точки?
3. Напишите дифференциальные уравнения движения свободной точки в проекциях на оси декартовой системы координат.
4. Напишите естественные уравнения движения свободной точки.
5. Напишите дифференциальные уравнения движения несвободной точки в проекциях на оси декартовой системы координат.
6. Опишите последовательность решения первой задачи динамики точки.
7. Опишите последовательность решения второй задачи динамики точки. Что такое начальные условия движения точки?
8. Может ли точка под действием одной и той же силы совершать движения, описываемые различными уравнениями?
9. Дайте определение количества движения материальной точки.
10. Как записывается и формулируется теорема об изменении количества движения материальной точки в дифференциальной форме?

11. Как записывается и формулируется теорема об изменении количества движения материальной точки на конечном промежутке времени?
12. Что называется элементарным импульсом и импульсом силы за конечный промежуток времени? Запишите соответствующие формулы.
13. При каком характере силы, действующей на точку, целесообразно при решении задач применять теорему об изменении количества движения материальной точки?
14. Материальная точка массой  $m$  движется по окружности с постоянной по модулю скоростью  $v$ . Чему равен импульс силы  $S_1$ , действующей на эту точку, за время полного оборота точки.
15. Сформулируйте определение количества движения системы.
16. Как связано количество движения системы с величиной и направлением скорости центра масс?
17. Напишите и сформулируйте теорему об изменении количества движения системы в дифференциальной и в интегральной формах в векторном виде.
18. При действии каких сил на систему целесообразно пользоваться теоремой об изменении количества движения системы для решения задач динамики?
19. Почему количество движения системы непосредственно зависит только от внешних сил?
20. В каком случае при  $\mathbf{F}^{(e)} = 0$  количество движения системы все время будет иметь нулевое значение?
21. Какой вывод о количестве движения можно сделать, если, например,  $\mathbf{F}_y^{(e)} = 0$ ?
22. Сформулируйте законы сохранения количества движения системы.
23. Что называется моментом количества движения материальной точки?
24. Как записывается и формулируется теорема об изменении момента количества движения материальной точки?
25. Сформулируйте понятия о моментах количества движения системы относительно точки и относительно оси.
26. Напишите формулы для определения моментов количества движения системы относительно осей декартовой системы координат.
27. Как определяются моменты количества движения тела относительно декартовых осей при вращательном движении тела?
28. Совпадает ли в общем случае вектор кинетического момента  $K_0$  вращающегося тела с осью вращения? В каком частном случае вектор  $K_0$  у вращающегося тела направлен вдоль оси вращения?

29. Сформулируйте теорему об изменении главного момента количества движения материальной системы относительно точки и относительно оси.
30. Почему главный момент количества движения системы непосредственно зависит только от внешних сил?
31. Сформулируйте законы сохранения момента количества движения системы.
32. Как будет изменяться угловая скорость тела при вращательном движении, если момент внешних сил относительно оси вращения будет равен нулю?
33. Чем отличаются центр масс и центр тяжести системы?
34. Можно ли для нахождения положения центра масс пользоваться всеми формулами и методами определения центра тяжести?
35. Сформулируйте теорему о движении центра масс.
36. Почему одними только внутренними силами (в отсутствие внешних сил) невозможно изменить движение центра масс?
37. Какой вывод можно сделать о движении центра масс, если главный вектор внешних сил системы равен нулю?
38. В каком случае при  $\mathbf{F}^{(e)} = 0$  центр масс будет все время находиться в покое?
39. Как при  $\mathbf{F}^{(e)} = 0$  определить скорость движения центра масс?
40. Как будет двигаться центр масс в случае, например, когда  $\mathbf{F}_z^{(e)}=0$ ? Как при этом определить проекцию скорости центра масс на ось  $Oz$ ?
41. Если проекция главного вектора внешних сил на одну из декартовых осей координат равна нулю, то можно ли сделать какие-либо выводы о движении центра масс вдоль двух других осей?
42. Чему равен главный вектор внешних сил, действующих на вращающееся тело, у которого центр масс находится на оси вращения?
43. Может ли изменить движение центра масс тела приложенная к нему пара сил?
44. Дайте определение кинетической энергии точки.
45. Как вычисляется работа постоянной по величине и направлению силы на прямолинейном участке траектории?
46. Как вычисляется работа переменной по величине и направлению силы на криволинейном участке траектории?
47. Дайте определение потенциальной энергии точки и механической системы.

48. Приведите примеры потенциальных сил.
49. Как вычисляется работа потенциальных сил на конечном перемещении точки?
50. Сформулируйте понятие мощности и запишите формулу для ее определения.
51. Запишите и сформулируйте теорему об изменении кинетической энергии точки.
52. В каких случаях целесообразно применять теорему об изменении кинетической энергии точки?
53. Сформулируйте и запишите закон сохранения полной механической энергии точки.
54. Сформулируйте определение кинетической энергии системы.
55. Как зависит кинетическая энергия системы от направления скоростей ее точек?
56. Сформулируйте и запишите теорему об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной и в интегральной формах.
57. Как определить работу сил, действующих на систему, если они потенциальны?
58. Сформулируйте закон сохранения полной механической энергии системы.
59. Как определяется работа однородных сил тяжести, действующих на систему?
60. Чему равна работа внутренних сил твердого тела?
61. Напишите формулы для определения элементарной работы силы, приложенной к вращающемуся телу, и для определения работы этой силы на конечном перемещении тела.
62. Сформулируйте теорему Кёнига.
63. Какие оси называются осями Кёнига?
64. Напишите формулы для определения кинетической энергии тела, совершающего: поступательное, вращательное, плоское движения.
65. Как определяется кинетическая энергия системы, у которой скорости всех ее точек имеют одинаковые модули?
66. Как определить кинетическую энергию системы, состоящей из нескольких тел?
67. Запишите все формулы, которые вы знаете, для определения элементарной работы силы.

68. Запишите все формулы, которые вы знаете, для определения полной работы силы.
69. Дайте определение силы инерции материальной точки. Запишите формулы касательной и нормальной сил инерции точки.
70. Сформулируйте принцип Даламбера для материальной точки.
71. Сформулируйте и запишите принцип Даламбера для механической системы.
72. Запишите формулу и сформулируйте, чему равен главный вектор сил инерции механической системы.
73. Запишите формулу и сформулируйте, чему равен главный момент сил инерции механической системы.
74. К чему приводятся силы инерции твердого тела в частных случаях его поступательного, вращательного и плоскопараллельного движения? Запишите соответствующие формулы.
75. Сформулируйте определение связи. Как математически выражаются связи, наложенные на систему?
76. Какая связь называется стационарной, голономной, удерживающей? Приведите примеры.
77. Дайте определение обобщенных координат механической системы. Каковы их обозначения?
78. Дайте определение действительного и возможного перемещения точки. Каковы их обозначения и различия?
79. При каких связях действительное перемещение точки совпадает с одним из возможных?
80. Дайте определение и запишите формулу возможной работы силы. Какие связи называются идеальными?
81. Сформулируйте определение обобщенной силы. Каково аналитическое выражение обобщенной силы?
82. Если система находится в потенциальном силовом поле, то как выражаются обобщенные силы через потенциальную энергию?
83. Сформулируйте и запишите принцип возможных перемещений для механической системы.
84. Как формулируются условия равновесия механической системы в обобщенных координатах.
85. Сформулируйте и запишите общее уравнение динамики в векторной и аналитической формах.
86. Запишите уравнения Лагранжа II рода. Сколько этих уравнений можно составить для конкретной механической системы.
87. Запишите формулы для кинетической и потенциальной энергии механической системы с одной степенью свободы при малых отклонениях от положения устойчивого равновесия.
88. Запишите дифференциальное уравнение малых линейных колебаний системы с одной степенью свободы.
89. Запишите формулу периода малых линейных колебаний системы с одной степенью свободы. Что такое изохронизм колебаний?
90. Запишите приближенную формулу для диссипативной функции механической системы с одной степенью свободы при малых отклонениях от положения устойчивого равновесия.

91. В чем состоит физический смысл диссипативной функции. Запишите соответствующую формулу.
92. Запишите дифференциальное уравнение малых движений системы с одной степенью свободы с учетом сил сопротивления.
93. Запишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний системы с одной степенью свободы без учета сопротивления.
94. В каком случае при вынужденных колебаниях наступит явление резонанса? Чем характерно это явление?
95. В чем состоит характерная особенность явления удара?
96. Почему вместо ударных сил в теории удара фигурируют ударные импульсы?
97. Каково перемещение материальной точки за время действия на неё ударного импульса?
98. Дайте определение коэффициента восстановления. По какой формуле можно определить этот коэффициент опытным путем.

## ПРИМЕРЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

### Статика, кинематика

1. Сформулируйте определения естественного координатного трехгранника, естественных координатных осей и радиуса кривизны траектории в данной точке. Сделайте соответствующие рисунки.
2. На вращающийся по закону  $\varphi = t^3$  ( $\varphi$  – в радианах,  $t$  – в секундах) барабан намотана нерастяжимая нить, к концу которой подвешен груз. Найдите ускорение опускаемого груза при  $t = 3\text{с}$ , если радиус барабана  $R = 0,5\text{м}$ .
3. Напишите и сформулируйте условия равновесия плоской системы сил. Однородный стержень АВ весом 80 Н в точке А закреплен неподвижным шарниром, а в точке В свободно опирается на гладкую вертикальную стенку. Найдите силу, с которой стержень давит на стенку, если угол наклона стержня к вертикалам равен  $30^\circ$ .
4. Сформулируйте теорему о трех уравновешенных силах. Горизонтальная балка АВ в точке В закреплена при помощи неподвижного шарнира, а в точке А – при помощи вертикального невесомого стержня. В середине балки приложена сила Р под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Постройте линию действия реакции шарнира.

### Динамика

1. Вывести дифференциальное уравнение вынужденных колебаний механической системы с одной степенью свободы без учета сопротивления. Изложить его решение в случае отсутствия резонанса. Свойства решения.
2. Материальная точка массой  $m$  движется относительно декартовой системы координат по закону  $r(t) = 2ti + 2t^2j + 4k$ . Вычислите вектор количества движения и момента количества движения точки относительно начала координат.
3. Материальная точка падает вертикально вниз. Величина силы сопротивления воздуха выражается следующей зависимостью  $R_c = 10v$ , Н. Найдите зависимость скорости от

времени, если начальная скорость точки  $v_0 > v_{\text{пред}}$  и представьте ее графически. Вычислите предельную скорость падения.

4. Тело массой  $m_1 = 1$  кг ударяет со скоростью  $v_{10} = 2$  м/с по неподвижному телу массой  $m_2 = 3$  кг. Принимая, что удар абсолютно неупругий, определить потери кинетической энергии.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *a) Основная литература*

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник. М.: Высшая школа, 2010. – 416 с.
2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики: Учебник. Спб.: Лань, 2009. – 736 с.
3. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики: Учебник. М.: Высшая школа, 2003. – 719 с.
4. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике: Учебное пособие. СПб.: Лань, 2005. – 448 с.
5. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. /Под ред. А.А.Яблонского – М.: КноРус, 2010. – 408 с.
6. Дорогинин В.В., Харин О.Н. Курсовые работы по теоретической механике в системе MathCAD.. М., Изд-во «Нефть и газ», 2004. – 100 с.

### *б) Дополнительная литература*

1. Яблонский А.А., Никифорова В.М.. Курс теоретической механики. М.: КноРус, 2010. – 608 с.
2. Харин О.Н.. Лекции по теоретической механике. Ч. 1. М.: Нефть и газ, 2004. – 148 с.
3. Харин О.Н., Левитский Д.Н. Лекции по теоретической механике. Ч. 2. М.: 2004. – 195 с.
4. Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика. М.: Физматлит, 2008. – 384 с.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Специализированная аудитория для чтения лекций с применением мультимедийных технологий, компьютерный класс, оснащенный компьютерными программами для проведения моделирования механических систем.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО по направлению подготовки бакалавра 151000 «Технологические машины и оборудование».

Авторы:

профессор, д.т.н.  
доцент, к.ф.-м.н.

Каримов М.Ф.  
Путятин Б.В.

Заведующий кафедрой  
профессор

Левитский Д.Н.

Программа одобрена на заседании Ученого совета РГУ нефти и газа имени И.М.Губкина от \_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_ .

Председатель учебно-методической комиссии  
Факультета

Ганти миров Б.М.

Начальник УМУ

Макаров А.Д.